



## WORKING PAPERS

LOCALIZZAZIONE OTTIMALE DEI SERVIZI  
PUBBLICI, CON ESPERIMENTI SULLE SCUO-  
LE DELL'AREA TORINESE.

*C.S. Bertuglia, G. Leonardi, R. Tadei*

*W.P. n. 8*





SOMMARIO

**LOCALIZZAZIONE OTTIMALE DEI SERVIZI  
PUBBLICI, CON ESPERIMENTI SULLE SCUO-  
LE DELL'AREA TORINESE.**

C.S. Bertuglia, G. Leonardi, R. Tadei

W.P. n. 8

Settembre 1981

Relazione presentata alle Giornate di lavoro AIRO 1981,  
Torino 28 - 30 settembre 1981

*Questo lavoro è il risultato della collaborazione tra il Public Facility Location Task, Human Settlements and Services Area, IIASA (Laxenburg, Austria) e l'IRES — Istituto Ricerche Economico Sociali (Torino, Italia).*

*Esso costituisce una sperimentazione di modelli "nested random utility" per servizi multi-livello.*

*C. S. Bertuglia e R. Tadei appartengono all'IRES, G. Leonardi appartiene allo IIASA.*



## SOMMARIO

*In questo saggio viene considerato il problema dell'articolazione del sistema scolastico in più tipi di servizi ed attività, legati tra loro da una struttura gerarchica di interrelazioni. Si mostra come il comportamento degli utenti in un sistema così strutturato possa essere descritto mediante modelli noti nella letteratura come "Nested random utility models". Viene brevemente descritto il metodo usato per risolvere il problema di localizzazione risultante e viene riportata e discussa in modo approfondito l'analisi di sensitività condotta per il caso specifico delle scuole medie superiori nell'area torinese.*

## SOMMARIO

In questo saggio viene considerato il problema dell'individuazione del sistema economico in più fasi di sviluppo ed attività. Si mostra come la struttura gerarchica di un'organizzazione possa essere rappresentata mediante degli schemi in cui ciascun nodo rappresenta una unità elementare. Vengono quindi presentati alcuni modelli di sviluppo economico, basati su ipotesi di crescita di tipo esponenziale. Il modello viene applicato per analizzare il problema di localizzare i nodi di un sistema e viene riportato a fianco di alcuni esempi di sviluppo di un sistema economico. Per il caso specifico della scuola media superiore si viene indicato.

## RICONOSCIMENTI

*T. Gallino (IRES) ha preparato gli input del modello, ha partecipato all'analisi degli output ed ha predisposto la loro stesura definitiva anche dal punto di vista grafico.*



## INDICE

1. Introduzione	p. 1
2. Il modello di ottimizzazione	" 2
2.1. Brevi cenni sullo stato dell'arte e su alcuni recenti sviluppi	" 2
2.2. Cenni sul modello usato	" 4
3. L'algoritmo	" 15
3.1. Fase a.	" 15
3.2. Fase b.	" 19
4. Una applicazione al sistema delle scuole medie superiori nell'area torinese	" 21
4.1. Definizione del problema	" 21
4.2. Situazione attuale	" 23
4.3. L'analisi di sensitività sulle dimensioni minime delle scuole e dei servizi 1. e 2.	" 30
4.4. La soluzione "ottimale"	" 38
4.5. Analisi comparata degli indicatori di valutazione	" 47
4.6. L'analisi di sensitività sulle frequenze d'uso dei servizi 1. e 2.	" 55
5. Conclusioni e sviluppi futuri	" 66
BIBLIOGRAFIA	" 68





## 1. Introduzione

La maggior parte delle tecniche di localizzazione ottimale di servizi affronta il problema relativo ad un singolo tipo di servizi, il quale viene assunto noto e costante nella sua struttura organizzativa. E' chiaro, tuttavia, che nei problemi localizzativi reali è raramente lecito trascurare sia le interrelazioni tra diversi tipi di servizi ed attività, sia le conseguenze che mutamenti funzionali e organizzativi hanno sull'assetto spaziale. Scopo di questo saggio è condurre un primo studio esplorativo sulla possibilità di tener conto di tali interrelazioni e relative conseguenze.

L'esempio applicativo considerato si riferisce alle scuole medie superiori nell'area torinese.

Viene assunto che il servizio scolastico sia composto da diversi tipi di elementi, tra i quali vengono messi in evidenza i seguenti:

- a. le sedi scolastiche vere e proprie;
- b. un'attrezzatura secondaria caratterizzata da assegnazione degli utenti normativa (bassa dispersione delle distanze percorse); un tipico esempio è costituito dalle attrezzature sportive. L'attrezzatura di tale tipo viene qui convenzionalmente chiamata "piscina";
- c. un'attrezzatura secondaria caratterizzata da assegnazione degli utenti variabile (alta dispersione delle distanze percorse); un tipico esempio è costituito dalle attrezzature per la documentazione e la diffusione dell'informazione. L'attrezzatura di tale tipo viene qui convenzionalmente chiamata "biblioteca".

I problemi posti dall'analisi di un sistema di servizi del tipo sopra accennato sono di duplice natura. Da un lato, ha interesse analizzare come una diversa organizzazione e gestione delle attrezzature secondarie possa influire sull'uso del servizio scolastico nel suo complesso. Ad esempio, mutamenti nella disponibilità di attrezzature secondarie, nella loro distribuzione spaziale, nelle modalità di accesso ad esse e nelle frequenze d'uso possono influire, in misura più o meno rilevante, non solo sul comportamento degli utenti delle attrezzature secondarie stesse, ma anche sull'entità e sulle scelte della domanda



scolastica totale. Dall'altro lato, ha interesse analizzare come diverse ipotesi organizzative e di comportamento producano diversi assetti spaziali nelle attrezzature secondarie. Ad esempio, mutamenti nella dimensione e nella frequenza d'uso di tali attrezzature secondarie possono produrre assetti spaziale in cui è più accentuata la tendenza alla concentrazione od alla dispersione delle localizzazioni.

A parte l'analisi delle interrelazioni tra i vari tipi di elementi, hanno ovviamente interesse intrinseco le soluzioni ottenute relativamente al servizio principale, cioè le sedi scolastiche.

I risultati riportati in questo saggio costituiscono un affinamento di quelli riportati in Leonardi e Bertuglia (1981), sia come disaggregazione spaziale e migliore qualità dei dati usati, sia come fondamenti teorici e caratteristiche tecniche del metodo usato.

Si deve osservare che per i servizi secondari, praticamente inesistenti o trascurabili nella situazione attuale, non si può parlare di una vera e propria disponibilità di dati. Dal punto di vista di tali servizi e delle interrelazioni che essi generano, il presente studio è quindi da considerare come un'esplorazione qualitativa di diversi scenari ipotetici (alcuni realistici, altri aventi caratteristiche di casi limite), piuttosto che come l'elaborazione di soluzioni quantitative definite operativamente.

## 2. Il modello di ottimizzazione

### 2.1. Brevi cenni sullo stato dell'arte e su alcuni recenti sviluppi

Il modello di ottimizzazione usato fa parte della famiglia di modelli sviluppati allo IIASA, Public Facility Location (PFL) Task, Human Settlements and Services Area. Qui ne verrà data una descrizione per grandi linee (\*).

Uno degli obiettivi principali del PFL Task è stato l'introduzione nei mo-

---

(\*) Maggiori dettagli sulle caratteristiche di tali modelli sono ottenibili dietro richiesta allo IIASA.



delli localizzativi di assunzioni più realistiche sul comportamento degli utenti, nonché di indicatori di valutazione coerenti con tali assunzioni. Ciò ha portato a sostituire l'assunzione deterministica che l'utente scelga sempre il servizio più vicino (comunemente usata nei modelli sviluppati dalla Ricerca Operativa) con assunzioni comportamentistiche più generali, che ammettono una certa dispersione nelle preferenze degli utenti.

Tale approccio è stato anticipato in modo pionieristico, con giustificazioni essenzialmente empiriche, da Harris (1964), Lakshmanan e Hansen (1965), Huff (1966). Una svolta nella comprensione dei fondamenti teorici di tale approccio è stata segnata da Neuburger (1971), il quale ha dato un'interpretazione economica rigorosa dei modelli di scelta con dispersione di preferenze (in particolare, dei modelli di interazione spaziale) e ne ha mostrato la sostanziale coerenza con la teoria della domanda dei beni multipli sostituibili sviluppata da Hotelling (1938). Successivamente, l'uso di tale approccio nei modelli di localizzazione ottimale è stato sviluppato da Leonardi (1973, 1975, 1978), Coelho e Wilson (1976), Beaumont (1979).

Uno dei risultati teorici più interessanti, messo in luce nei recenti sviluppi, è la sostanziale equivalenza delle interpretazioni macroeconomiche e microeconomiche del comportamento degli utenti. In particolare, è stato dimostrato come i modelli basati sulla massimizzazione dell'entropia, sviluppati da Wilson (1970, 1974), siano legati da una relazione di dualità (nel senso della programmazione matematica) ad alcuni modelli basati sulla teoria delle utilità casuali (in particolare, ad una classe importante di tali modelli, nota come "modelli Logit"). Tale equivalenza è discussa in Williams (1977), Leonardi (1978) e Coelho (1980). Essa è stata usata, nella ricerca condotta allo IIASA, come quadro di riferimento unificante per lo sviluppo di modelli di ottimizzazione applicati. Alcuni di tali modelli adottano la formulazione macroeconomica, altri (incluso quello discusso in questo saggio) la formulazione microeconomica, ma l'esistenza della relazione di dualità permette facilmente di tradurli nell'interpretazione più consona all'applicazione specifica.

I principali modelli sviluppati secondo queste linee sono descritti nelle seguenti pubblicazioni (\*):

---

(\*) I relativi programmi di calcolo sono reperibili presso lo IIASA.



Ermoliev e Leonardi (1980), Ermoliev, Leonardi e Vira (1981):

si descrive un modello di localizzazione di un servizio omogeneo, basato sulla teoria della programmazione stocastica;

Leonardi (1980a, 1980b), Leonardi e Bertuglia (1981):

si descrivono vari modelli (essenzialmente, generalizzazioni del classico "plant location problem") con dispersione di preferenze nelle scelte degli utenti. In particolare, in Leonardi e Bertuglia (1981) è descritta l'applicazione di uno di tali modelli alla localizzazione delle scuole medie superiori nel comune di Torino;

Erlenkotter e Leonardi (1981):

si sviluppa un algoritmo esatto (branch and bound) basato sul rilassamento lagrangiano per il problema di localizzazione con costi fissi e allocazione degli utenti determinata da un modello di interazione spaziale;

Leonardi (1981):

si sviluppa l'interpretazione microeconomica (teoria delle utilità casuali) del processo di scelta degli utenti, nonché alcuni algoritmi esatti (branch and bound) ed euristici che sfruttano le proprietà particolari indotte da tale interpretazione (in particolare, la submodularità);

Leonardi (1980c), Leonardi e Tadei (1981):

si sviluppa una generalizzazione del modello usato in Leonardi e Bertuglia (1981), che permette di ottimizzare simultaneamente la localizzazione di più tipi di servizi, legati tra loro da una struttura a più livelli.

## 2.2. Cenni sul modello usato

La teoria ed i dettagli tecnici del modello usato sono descritti in Leonardi e Tadei (1981), a cui si rinvia. Qui verrà data solo una descrizione della sua struttura generale.



Il sistema di servizi considerato è composto da tre tipi di servizi, divisi in due livelli come segue:

I livello - scuola (media superiore)

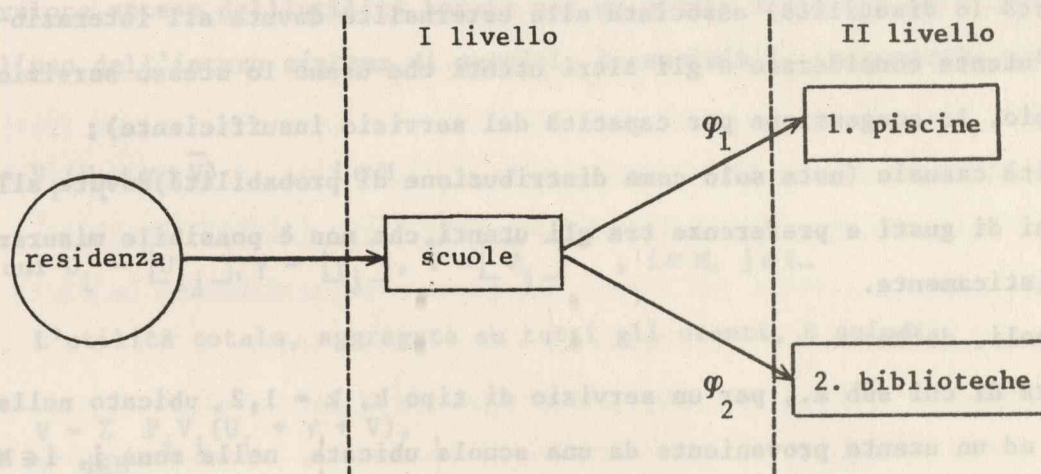
II livello - 1. piscine

2. biblioteche.

Nessun vincolo a priori è imposto sulla contiguità dei tre servizi, per cui è possibile esplorare l'opportunità di accentrare o decentrare i servizi del secondo livello rispetto a quelli del primo livello.

Si assume che il comportamento degli utenti sia descritto da un modello di tipo "Nested Logit" (McFadden, 1978) a due livelli.

Il processo di scelta di un generico utente è mostrato nello schema che segue:



Schema del processo di scelta di un utente

L'utente sceglie una destinazione scolastica (I livello), verso la quale compie viaggi giornalieri di tipo pendolare (residenza-scuola). L'uso della scuola implica la permanenza in essa per un certo periodo di tempo (ad esempio, 5 ore al giorno), salvo l'uso occasionale di altre attrezzature, quali la piscina o la biblioteca; le quali implicano un eventuale spostamento, anch'esso di tipo pendolare (scuola-piscina e scuola-biblioteca). La frequenza con cui i servizi del secondo livello vengono usati può variare, per cui la piscina viene usata in media  $\varphi_1$  volte nell'unità di tempo, la biblioteca viene usata in media  $\varphi_2$

volte nell'unità di tempo.

E' naturale assumere che l'utente, nel valutare la scelta della scuola, tenga conto non solo dell'ubicazione della sede scolastica rispetto alla residenza, ma anche della sua accessibilità alle attrezzature del secondo livello (piscine e biblioteche). In altre parole, la valutazione relativa al secondo livello è incapsulata (nested) nella valutazione relativa al primo livello.

Ciò può essere posto in termini formali come segue. L'utilità totale derivante ad un generico utente, ubicato in una data scuola, dalla scelta di un servizio del secondo livello (piscina o biblioteca), può essere espressa come somma di tre termini (Leonardi e Tadei, 1981; De Palma e Ben Akiva, 1981):

- a. una utilità (nota deterministicamente) dipendente dalle caratteristiche fisiche dell'origine, della destinazione e della distanza che le separa (ad esempio, il tempo di viaggio cambiato di segno);
- b. una utilità (o disutilità) associata alle esternalità dovute all'interazione tra l'utente considerato e gli altri utenti che usano lo stesso servizio (ad esempio, la congestione per capacità del servizio insufficiente);
- c. una utilità casuale (nota solo come distribuzione di probabilità) dovuta alle variazioni di gusti e preferenze tra gli utenti, che non è possibile misurare deterministicamente.

In simboli, dette:

$U_{ij}^k$  l'utilità di cui sub a., per un servizio di tipo  $k$ ,  $k = 1, 2$ , ubicato nella zona  $j$  ed un utente proveniente da una scuola ubicata nella zona  $i$ ,  $i \in M$ , ove  $M$  è l'insieme di zone di origine della domanda;

$\gamma_j^k$  l'utilità di cui sub b., per un servizio di tipo  $k$ ,  $k = 1, 2$ , ubicato nella zona  $j$ ,  $j \in L$ , ove  $L$  è l'insieme di localizzazioni in cui è ubicato il servizio;

il valore atteso (rispetto alle variabili casuali di cui sub c.) dell'utilità totale per un utente in  $i$  e per un servizio di tipo  $k$  è esprimibile in generale nella forma:

$$V_i^k = V_i^k(U_i^k + \gamma_j^k), \quad k = 1, 2, i \in M \quad (1)$$

in cui  $U_i^k = [U_{ij}^k]$ ,  $\gamma_j^k = [\gamma_j^k]$ ,  $k = 1, 2, i \in M$ .



Poiché i servizi del secondo livello hanno frequenze d'uso diverse, l'utilità attesa totale derivante dall'uso di tutti i servizi del secondo livello sarà:

$$\bar{V}_i = \sum_{k=1}^2 \varphi_{k i}^k (U_i^k + \gamma^k) \quad k = 1, 2, i \in M. \quad (2)$$

Per il primo livello valgono considerazioni analoghe, con la differenza che un quarto termine si aggiunge alla somma delle componenti a., b., c., ed esattamente l'utilità attesa del secondo livello, data dalla (2).

Pertanto, dette:

$U_{ij}$  l'utilità di cui sub a. per un utente residente in  $i$ ,  $i \in M$ , ed una scuola ubicata in  $j$ ,  $j \in L$ ;

$\gamma_j$  l'utilità di cui sub b. per una scuola ubicata in  $j$ ,  $j \in L$ ;  
il valore atteso dell'utilità totale per un utente residente in  $i$ , derivante dall'uso dell'intero sistema di servizi, è esprimibile in generale nella forma:

$$V_i = V_i(U_i + \gamma + \bar{V}) \quad , \quad i \in M \quad (3)$$

in cui  $U_i = [\bar{U}_{ij}]$ ,  $\gamma = [\bar{\gamma}_j]$ ,  $\bar{V} = [\bar{V}_j]$  ,  $i \in M$ ,  $j \in L$ .

L'utilità totale, aggregata su tutti gli utenti, è quindi:

$$V = \sum_{i \in M} P_i V_i(U_i + \gamma + \bar{V}), \quad (4)$$

in cui:

$P_i$  è la popolazione in età scolare (14-18 anni) residente in  $i$ ,  $i \in M$ .

In generale, non tutta la popolazione in età scolare è effettivamente scolarizzata. Si può tenere facilmente conto di ciò assumendo che l'elenco di destinazioni scolastiche contenga anche una destinazione fittizia, di capacità illimitata (per cui l'esternalità  $\gamma_j$ , per tale destinazione, sarà sempre nulla) ma con un valore ben definito delle utilità  $U_{ij}$ . L'introduzione di tale accorgimento permette al modello di tener conto, oltre che della solita elasticità di sostituzione tra le alternative, anche di un effetto di elasticità della domanda totale. Lo

stesso accorgimento può ovviamente essere usato anche per i servizi del secondo livello.

Il modello delineato in quanto precede fornisce non solo una descrizione più realistica del comportamento degli utenti, ma anche un modo naturale per misurare i benefici ad essi derivanti dall'uso dei servizi. La funzione  $V$  definita in (4) può essere usata come funzione obiettivo in una tecnica di ottimizzazione, in luogo dell'usuale costo di trasporto, che ne costituisce un caso particolare molto semplificato (Evans, 1973; Coelho e Williams, 1978). Benché sia possibile dare una formulazione rigorosa del problema di programmazione matematica complessivo risultante, ciò richiederebbe l'introduzione di una notazione matematica piuttosto complessa, che non ne faciliterebbe la comprensione intuitiva. D'altra parte, la struttura particolare del problema, a più livelli, permette di usare una descrizione molto più semplice. Per il principio di ottimalità (Bellman, 1957) è chiaro che, qualunque sia la decisione presa al primo livello, l'assetto localizzativo di ciascuno dei tipi di servizi del secondo livello deve essere ottimale rispetto all'input ricevuto dal primo livello (tale input è costituito dalla ubicazione e dimensione delle scuole). Pertanto, data una qualunque stima approssimata della soluzione al primo livello, ciascun tipo di servizi del secondo livello può essere ottimizzato separatamente, mediante un algoritmo del tipo descritto in Leonardi e Bertuglia (1981). Ottenuta, in tal modo, una stima dell'utilità derivante dal secondo livello, lo stesso algoritmo può essere usato per migliorare l'assetto localizzativo dei servizi al primo livello. Il modello può essere pertanto definito tramite una procedura che iteri alternativamente tra i livelli, fino alla convergenza voluta. Il fatto importante è, naturalmente, che in tal modo il problema complessivo può essere spezzato in una successione di sottoproblemi molto più semplici del problema originale, in quanto ciascuno di essi prende in considerazione un solo tipo di servizi alla volta.

Mentre si rinvia al successivo capitolo 3. la descrizione dettagliata del coordinamento algoritmico dei vari sottoproblemi, qui verrà discussa con maggiore dettaglio la formulazione e l'interpretazione economica di un sottoproblema tipo.



Detti:

$Q_i$  la domanda potenziale per il servizio considerato proveniente dalla zona  $i$ ,  
 $i \in M$ ;

$U_{ij}$  l'utilità associata ad un'origine  $i$ ,  $i \in M$ , e ad una destinazione  $j$ ,  $j \in L$ ;

$\gamma_j$  l'esternalità associata alla destinazione  $j$ ,  $j \in L$ ;

$U_i$  il vettore  $[U_{ij} : j \in L]$ ,  $i \in M$ ;

$\gamma$  il vettore  $[\gamma_j : j \in L]$ ;

$V_i(U_i + \gamma)$  l'utilità attesa per un utente in  $i$ ,  $i \in M$ ;

l'utilità totale, aggregata su tutti gli utenti, è data da:

$$V(\gamma) = \sum_{i \in M} Q_i V_i(U_i + \gamma). \quad (5)$$

Poiché il vettore delle esternalità  $\gamma$  dipende dalle interazioni tra gli utenti presenti in ciascuna destinazione, esso varia al variare dell'affollamento dei servizi. Tale affollamento in genere fluttua nel tempo. Si supponga tuttavia di considerare una configurazione di equilibrio del sistema, in cui il valore assunto dalle esternalità generi una domanda tale da equilibrare esattamente la capacità disponibile nei servizi di ciascuna localizzazione. Si supponga, inoltre, che l'unica esternalità considerata sia quella dovuta alle sostituzioni forzate per capacità limitata.

Definendo:

$x_j$  la capacità (misurata in utenti per unità di tempo) del servizio ubicato in  
 $j$ ,  $j \in L$ ;

$D_j(\gamma)$  la domanda (numero di utenti nell'unità di tempo) attratta dal servizio ubi-  
cato in  $j$ ,  $j \in L$ ;

si ha che i valori di equilibrio dei  $\gamma_j$  devono soddisfare la condizione:

$$D_j(\gamma) \leq x_j, \quad j \in L. \quad (6)$$

Una importante proprietà della (5) (Leonardi, 1981; Leonardi e Tadei, 1981) è la seguente:

$$\frac{\partial V(\gamma)}{\partial \gamma_j} = D_j(\gamma), \quad j \in L. \quad (7)$$

Da ciò segue facilmente che la soluzione del problema di programmazione matematica:

$$W(X,L) = \min_{\gamma} \{V(\gamma) - \sum_{j \in L} x_j \gamma_j : \gamma_j \leq 0\} \quad (8)$$

in cui  $X = [\bar{x}_j : j \in L]$

soddisfa le condizioni (6).

La funzione  $W(X,L)$ , definita dalla (8), può essere pertanto assunta come misura del beneficio totale derivante agli utenti da un assetto localizzativo  $[\bar{X}, \bar{L}]$  in condizioni di equilibrio.

Il problema di ottimizzazione, per l'operatore pubblico, consiste nel determinare una combinazione  $[\bar{X}, \bar{L}]$ , compatibile con alcuni vincoli, che renda la funzione  $W(X,L)$  massima. Sia, in generale:

$\Gamma$  l'insieme di localizzazioni ammissibili;

$B(L)$  l'insieme di dimensioni di servizi  $X$  ammissibili (in genere parametrizzato da  $L$ ).

Allora, il problema di localizzazione ottimale, nella sua forma più generale, è esprimibile come:

$$\max_{X,L} \{W(X,L) : X \in B(L), L \subseteq \Gamma\} . \quad (9)$$

Nel caso qui considerato, si è assunto che sia:

$$B(L) = \{X : \sum_{j \in L} x_j c_j \leq R, x_j \geq y_j \text{ per } j \in L\} , \quad (10)$$

in cui:

$c_j$  è il costo unitario di realizzazione e/o gestione di un servizio nella zona  $j$ ,  $j \in \Gamma$ ;

$y_j$  è la dimensione minima ammissibile per un servizio nella zona  $j$ ,  $j \in \Gamma$ ;

$R$  è il budget totale disponibile.

Si dimostra (Leonardi e Tadei, 1981) che il problema (9), con l'assunzione (10),



è equivalente al problema:

$$\max_L \min_{\mu, \lambda} \{ V(\mu - \lambda c) - \sum_{j \in L} y_j \mu_j + R\lambda, L \subseteq \Gamma, 0 \leq \mu_j \leq \lambda a_j, j \in L, \lambda \geq 0 \} \quad (11)$$

$$\text{con } \mu = [\mu_j : j \in L], \quad c = [c_j : j \in L],$$

in cui:

$\mu_j$  è il prezzo ombra associato al vincolo di dimensione minima in  $j, j \in L$ ;

$\lambda$  è il prezzo ombra associato al vincolo di budget.

I prezzi ombra  $\mu_j$  sono legati alle esternalità  $\gamma_j$ , definite in precedenza, dalle equazioni:

$$\gamma_j = \mu_j - \lambda c_j, \quad j \in L, \quad (12)$$

che, unite al vincolo:

$$\mu_j \leq \lambda c_j, \quad (13)$$

possono essere interpretate come segue:

- a.  $\gamma_j \leq 0, \forall j \in L$ ; cioè, come è intuitivo, le esternalità associate alla congestione sono sempre non positive (cioè, sono dei costi sociali per gli utenti);
- b. l'effetto negativo dell'esternalità diminuisce all'aumentare di  $\mu_j$ ; pertanto,  $\mu_j$  può essere interpretato come un "sussidio ombra", pagato agli utenti per incentivare l'uso del servizio in  $j$ . La condizione (13) impone quindi che i sussidi non superino i costi unitari (\*).

Le proprietà discusse finora prescindono dalla forma specifica della funzione  $V$ . Nell'applicazione presentata in questo saggio si è assunto che le utilità casuali abbiano una distribuzione dei valori estremi (Gumbel, 1958). E' ben noto che tale assunzione implica un modello Logit per il comportamento degli utenti. Nel caso del modello Logit le utilità attese  $V_j$  sono esprimibili

---

(\*) Nella (13) i costi unitari compaiono, in effetti, moltiplicati per  $\lambda$ . Ciò si rende necessario al fine di ricondurre le quantità  $\mu_j$  e  $c_j$  alla stessa unità di misura.

in funzione di un indicatore geografico ben noto, l'accessibilità.

Definita:

$$\phi_i = \sum_{j \in L} e^{\beta(U_{ij} + \gamma_j)} \quad \text{l'accessibilità (Hansen, 1959) al servizio considerato,}$$

dalla zona di origine  $i$ ,  $i \in M$ ;

in cui:

$\beta$  è il parametro di impedenza allo spostamento (\*);

si ha (Ben Akiva e Lerman, 1978):

$$V_i = \frac{1}{\beta} \ln \phi_i, \quad i \in M. \quad (14)$$

Nell'applicazione qui discussa si è considerato per tutti i servizi il caso di domanda elastica (Leonardi, 1980c). Come si è detto in precedenza, ciò si traduce tecnicamente nell'introdurre una destinazione fittizia, diciamo  $j=0$ , con capacità infinita, quindi  $\gamma_0 = 0$ . Se si introduce la notazione:

$$f_{ij} = e^{\beta U_{ij}}, \quad i \in M, j \in \Gamma - \{0\};$$

$$g_i = e^{\beta U_{i0}}, \quad i \in M;$$

le accessibilità sono esprimibili nella forma:

$$\phi_i = \sum_{j \in L} f_{ij} e^{\beta \gamma_j} + g_i. \quad (15)$$

Il parametro  $g_i$ , introdotto nella (15), deve essere determinato sperimentalmente; esso permette di stabilire l'elasticità della domanda rispetto all'accessibilità al servizio. Più esattamente, si dimostra (Leonardi, 1980c) che la domanda effettiva generata nell'origine  $i$ ,  $G_i$ , è data da:

$$G_i = Q_i \left( 1 - \frac{g_i}{\phi_i} \right) \quad (16)$$

---

(\*) Si fa notare che  $\beta$  non è altro che un parametro inversamente proporzionale alla dispersione della distribuzione delle utilità casuali (Gumbel, 1958).



e l'elasticità della (16) rispetto all'accessibilità è data:

$$\epsilon_i = \frac{dG_i}{d\phi_i} \frac{\phi_i}{G_i} = \frac{g_i}{\phi_i - g_i} \quad (17)$$

Dal confronto della (17) con la (16) segue anche che:

$$\epsilon_i = \frac{Q_i - G_i}{G_i} ; \quad (18)$$

cioè, l'elasticità della domanda rispetto all'accessibilità è uguale al rapporto tra domanda insoddisfatta e domanda generata.

Dalle (5), (14) e (15) segue che l'utilità aggregata,  $V(\gamma)$ , è data da:

$$V(\gamma) = \frac{1}{\beta} \sum_{i \in M} Q_i \ln \left( \sum_{j \in L} f_{ij} e^{\beta \gamma_j} + g_i \right) \quad (19)$$

e l'applicazione della proprietà (7) alla (19) fornisce per le domande attratte:

$$D_j(\gamma) = \frac{\partial V}{\partial \gamma_j} = \sum_{i \in M} Q_i \frac{f_{ij} e^{\beta \gamma_j}}{\phi_i} \quad (20)$$

Ai fini del modello proposto è importante determinare una regola di combinazione delle accessibilità ai singoli servizi in una misura di accessibilità complessiva.

Si definisca:

$\phi_i(k)$  l'accessibilità da una scuola ubicata in  $i$  ai servizi di tipo  $k$ ,  $k=1,2$ , del secondo livello;

$\beta(k)$  il parametro di impedenza allo spostamento per l'utilizzo del servizio di tipo  $k$ ,  $k=1,2$ ;

$\beta$  il parametro di impedenza allo spostamento per i viaggi residenza-scuola;

$\varphi_k$  la frequenza d'uso del servizio di tipo  $k$ ,  $k=1,2$ .

Dalla (2) e dalla (14) si ha che l'utilità totale in  $i$  derivante dall'uso dei servizi del secondo livello è:

$$\bar{V}_i = \sum_{k=1}^2 \varphi_k \frac{1}{\beta(k)} \ln \phi_i(k) = \frac{1}{\beta} \ln \prod_{k=1}^2 \phi_i(k)^{\beta \varphi_k / \beta(k)} \quad (21)$$

e il confronto della (21) con la (14) suggerisce la seguente misura di accessibilità totale ai servizi del secondo livello:

$$\Phi_i = \prod_{k=1}^2 \phi_i(k)^{\beta_k} \quad (22)$$

Le utilità totali al primo livello, partendo dalla (3) e dalla (14) ed essendo

$$\phi_i = \sum_{j \in L \cup \{0\}} e^{\beta(U_{ij} + \gamma_j + \bar{v}_j)} \quad , i \in M,$$

sono date da:

$$v_i = \frac{1}{\beta} \ln \sum_{j \in L \cup \{0\}} e^{\beta(U_{ij} + \gamma_j + \bar{v}_j)} \quad , i \in M, \quad (23)$$

e poiché dalle (21) e (22):

$$e^{\beta \bar{v}_j} = \phi_j \quad , j \in L,$$

si ha:

$$v_i = \frac{1}{\beta} \ln \sum_{j \in L \cup \{0\}} \phi_j e^{\beta(U_{ij} + \gamma_j)} \quad , i \in M. \quad (24)$$

Pertanto, le accessibilità totali (22) costituiscono un feedback trasmesso dal secondo livello al primo livello.

L'utilità aggregata su tutti gli utenti è data da:

$$V(\gamma) = \sum_{i \in M} P_i v_i$$

e, se si ridefiniscono

$$f_{ij} = \phi_j e^{\beta U_{ij}} \quad , i \in M, j \in L,$$

$$g_i = e^{\beta U_{i0}} \quad , i \in M,$$

e si pone  $\phi_0 = 1$ ,



si ha:

$$V(\gamma) = \frac{1}{\beta} \sum_{i \in M} P_i \ln \left( \sum_{j \in L} f_{ij} e^{\beta \gamma_j} + g_i \right), \quad (25)$$

che è della stessa forma della (19).

### 3. L'algoritmo

In questo capitolo viene descritto l'algoritmo utilizzato per l'individuazione della localizzazione e del dimensionamento ottimali dei servizi appartenenti ai due livelli considerati.

L'algoritmo si articola in due fasi:

fase a.: è la parte sostanziale dell'algoritmo. Essa individua la localizzazione ed il dimensionamento (numero di utenti per unità di tempo) ottimali per ciascun servizio ad ogni livello, prescindendo dalle interazioni tra i livelli;

fase b.: essa individua, utilizzando quanto contenuto nella fase a., la localizzazione ed il dimensionamento ottimali per ciascun servizio ad ogni livello, tenendo conto delle interazioni tra i livelli.

#### 3.1. Fase a.

La fase a. dell'algoritmo si articola, a sua volta, in due sottofasi:

fase a.1.: assegnato un insieme  $L_0 \subseteq \Gamma$  costituito dalle zone in cui è localizzato il servizio in oggetto, ove  $\Gamma$  è l'insieme delle possibili localizzazioni (\*), viene ricercato, utilizzando l'algoritmo della fase

---

(\*) Si fa notare che la fase a. (e dunque anche la fase a.1.), per il fatto di non considerare le interazioni tra i servizi dei diversi livelli ed ipotizzando, più in generale, l'inesistenza di interazioni tra servizi dello stesso livello, può essere utilizzata per la localizzazione ed il dimensionamento ottimali di un generico servizio ad un generico livello.

a.2., un nuovo insieme  $L \subseteq \Gamma$ , per il quale risulti

$$V(L) > V(L_0),$$

ove  $V(L)$  è il valore della funzione obiettivo associata all'insieme  $L$ ;

fase a.2.: questa fase è il "cuore" dell'algoritmo. Essa permette, assegnato un insieme di zone dotate del servizio in oggetto, di calcolare il valore della funzione obiettivo ad esso associata e di fornire indicazioni per la costruzione di un nuovo insieme  $L$  di zone dotate del servizio in oggetto, da utilizzare nella fase a.1. per la ricerca del massimo valore della funzione obiettivo.

Per essere più chiari, descriviamo ora, in termini di diagramma, la struttura dell'algoritmo della fase a., articolata nelle fasi a.1. ed a.2..

#### Diagramma dell'algoritmo della fase a.2.

1. Assegnare un insieme  $L \subseteq \Gamma$ , costituito dalle zone in cui è localizzato il servizio in oggetto;

2. porre

$$\mu_j = 0, \quad j \in \Gamma,$$

ove  $\mu_j$  è il prezzo ombra associato al vincolo di dimensione minima in  $j$ (\*);

3. calcolare le seguenti quantità

$$\gamma_j = (\mu_j - \lambda c_j), \quad j \in \Gamma,$$

ove  $\gamma_j$  è l'esternalità associata al vincolo di capacità in  $j$  (\*\*);

---

(\*) Si fa notare che  $\mu_j$  è in effetti il prezzo ombra come percepito dall'operatore pubblico per l'apertura del servizio in  $j$ . Tale prezzo ombra può essere anche interpretato come "sussidio ombra" pagato dall'operatore pubblico agli utenti per incentivare l'uso del servizio in  $j$ , in coerenza con quanto definito in 2.2..

(\*\*) Se  $\gamma_j \leq 0$ , cosa che sempre si verifica (cfr. 2.2.), le esternalità  $\gamma_j$  si trasformano in prezzi ombra per gli utenti del servizio in  $j$ .  $\gamma_j$  può essere, inoltre, interpretato come "sussidio ombra netto" pagato dall'operatore pubblico agli utenti per incentivare l'uso del servizio in  $j$ .



$\lambda$  è il prezzo ombra associato al vincolo di budget;

$c_j$  è il costo unitario di realizzazione e/o gestione del servizio in  $j$ ;

$$\phi_i = \sum_{j \in L} f_{ij} e^{\beta \gamma_j} + g_i, \quad i \in M,$$

ove  $\phi_i$  è l'accessibilità al servizio dalla zona  $i \in M$ , indicando con  $M$  l'insieme di zone di origine della domanda per il servizio in oggetto (\*);

$f_{ij}$  è una funzione di "sconto spaziale", dovuto all'impedenza allo spostamento;

$\beta$  è il parametro di impedenza allo spostamento;

$g_i$  è il parametro di elasticità della domanda in  $i$ , nei confronti del servizio in oggetto;

$$p_{ij} = \begin{cases} f_{ij} e^{\beta \gamma_j} / \phi_i, & j \in L, \\ f_{ij} e^{-\beta \lambda c_j} / (\phi_i + f_{ij} e^{-\beta \lambda c_j}), & j \in \Gamma - L, \end{cases}$$

ove  $p_{ij}$  è la probabilità per l'utente proveniente da  $i$  di scegliere il servizio in  $j$ ;

$$D_j = \sum_{i \in M} p_i p_{ij}, \quad j \in \Gamma,$$

ove  $D_j$  è la domanda del servizio in  $j$ ;

$$q_j = \sum_{i \in M} p_i p_{ij}^2, \quad j \in \Gamma,$$

$$\Delta = \sum_{j \in L} (y_j - D_j) \mu_j,$$

ove  $y_j$  è la soglia minima per la localizzazione del servizio in  $j$ ;

4. se

$$D_j \geq y_j, \quad j \in L \text{ e } \Delta = 0,$$

andare al punto 7., altrimenti continuare con il punto 5.;

---

(\*) Come è ovvio, l'accessibilità viene calcolata solo con riferimento alle zone  $j \in L$ , cioè a quelle zone dotate del servizio in oggetto.

5. aggiornare  $\mu_j$  con la formula

$$\bar{\mu}_j = \mu_j + (1/\beta)(y_j - D_j) / (D_j - q_j), \quad j \in \Gamma,$$

e porre

$$\mu_j = \begin{cases} \bar{\mu}_j, & j \in \Gamma-L, \\ \max [0, \bar{\mu}_j], & j \in L; \end{cases}$$

6. andare al punto 3.;

7. calcolare

$$V(L) = (1/\beta) \sum_{i \in M} P_i \ln \phi_i - \sum_{j \in L} y_j \mu_j,$$

$$j(L) : \gamma_{j(L)} = \max_{j \in L} \gamma_j,$$

$$k(L) : \gamma_{k(L)} = \min_{k \in \Gamma-L} \gamma_k,$$

ove  $V(L)$  è il valore della funzione obiettivo associata all'insieme  $L$  delle zone dotate del servizio in oggetto;

$j(L)$  è la localizzazione, tra quelle appartenenti all'insieme  $L$ , che fa riconoscere il più alto sussidio ombra netto pagato agli utenti del servizio in essa esistente - ponendosi come candidata per una possibile chiusura del servizio stesso -;

$k(L)$  è la localizzazione, tra quelle appartenenti all'insieme  $\Gamma-L$ , che fa riconoscere il più basso sussidio ombra netto - ponendosi come candidata per una possibile apertura del servizio - (\*);

8. stop.

---

(\*) L'opportunità della chiusura del servizio in  $j(L)$  o della sua apertura in  $k(L)$  o di entrambe le cose contemporaneamente viene sondata e decisa all'interno della fase a.1..



Diagramma dell'algoritmo della fase a.1.

1. Assumere l'insieme  $L \subseteq \Gamma$  e le quantità  $V(L)$ ,  $j(L)$ ,  $k(L)$  della fase a.2.;
2. costruire gli insiemi
 
$$L_1 = L - j(L)$$

$$L_2 = L \cup k(L)$$

$$L_3 = L_1 \cup L_2;$$
3. calcolare, mediante tre distinte chiamate della fase a.2.
 
$$V(L_i), j(L_i), k(L_i), i = 1, 2, 3;$$
4. calcolare
 
$$V(S) = \max_{L_i} V(L_i), \quad i = 1, 2, 3 (*);$$
5. se
 
$$V(S) \leq V(L),$$
 andare al punto 8., altrimenti continuare con il punto 6.;
6. porre  $L=S$ ;
7. andare al punto 2.;
8. stop.

3.2. Fase b.

La struttura dell'algoritmo della fase b. è descritta dal seguente diagramma:

1. porre
 
$$\phi_i = 1, \quad i \in M (**),$$

$$V_o = -\infty,$$

(\*) Come è ovvio, all'insieme  $S$ , al quale corrisponde il valore massimo della funzione obiettivo, sono associate le due quantità  $j(S)$  e  $k(S)$ .

(\*\*) Si fa notare che, in questo caso,  $M$  è l'insieme delle possibili localizzazioni dei servizi del primo livello. Queste, per le ipotesi fatte, costituiscono le zone di origine della domanda rivolta ai servizi del secondo livello.

ove  $\Phi_i$  è l'accessibilità totale ai servizi del secondo livello per gli utenti del servizio del primo livello in  $i$ ;

$V_0$  è il valore iniziale della funzione obiettivo;

2. ricercare la localizzazione ed il dimensionamento ottimali dei servizi del primo livello, utilizzando l'algoritmo della fase a.(\*). Tale fase (in particolare, la fase a.1.) fornisce, tra le altre cose, un nuovo valore  $V$  della funzione obiettivo;

3. se

$$|V - V_0| \leq \varepsilon ,$$

ove  $\varepsilon$  è la tolleranza usata, andare al punto 9., altrimenti continuare con il punto 4.;

4. porre  $V_0 = V$ ;

5. calcolare la domanda potenziale per i servizi del secondo livello, generata dai servizi del primo livello;

6. ricercare la localizzazione ed il dimensionamento ottimali dei servizi del secondo livello, utilizzando l'algoritmo della fase a.. Tale fase (in particolare, la fase a.2.) fornisce, tra le altre cose, le quantità  $\phi_i(k)$  utilizzate al punto successivo;

7. calcolare un nuovo valore di  $\Phi_i$  con la formula

$$\Phi_i = \prod_{k=1}^{NS} \phi_i(k)^{\beta \varphi_k / \beta(k)} , \quad i \in M,$$

ove  $NS$  è il numero di servizi del secondo livello (\*\*);

$\phi_i(k)$  è l'accessibilità da  $i$  al servizio del secondo livello di tipo  $k$ ;

$\varphi_k$  è la frequenza d'uso del servizio del secondo livello di tipo  $k$ ;

---

(\*) La localizzazione ed il dimensionamento ottimali dei servizi del primo livello vengono individuati utilizzando l'accessibilità totale  $\Phi_i$  ai servizi del secondo livello.

(\*\*) Nel caso in oggetto  $NS=2$ .



$\beta$  è il parametro di impedenza allo spostamento relativo all'utilizzo del servizio del primo livello;

$\beta(k)$  è il parametro di impedenza allo spostamento relativo all'utilizzo del servizio del secondo livello di tipo  $k$ ;

8. andare al punto 2.;

9. stop.

#### 4. Una applicazione al sistema delle scuole medie superiori nell'area torinese

##### 4.1. Definizione del problema

Benché gli esperimenti numerici condotti abbiano carattere essenzialmente esplorativo e metodologico, il problema considerato è sufficientemente dotato di senso da meritare una discussione in ordine ai suoi contenuti.

In primo luogo, si è voluto condurre una analisi della localizzazione delle scuole medie superiori nell'area di Torino più dettagliata di quella fatta nel precedente lavoro di Leonardi e Bertuglia (1981). L'ulteriore dettaglio consiste nella migliore descrizione geografica (maggiore disaggregazione del comune di Torino - da 23 a 53 zone - ed aggiunta di 10 zone esterne a Torino - per un totale di 63 zone -), nonché nell'introduzione di un insieme più ricco di parametri di valutazione dei costi e benefici sociali associati ai vari assetti localizzativi.

In secondo luogo, si sono volute analizzare le ripercussioni geografiche di mutamenti nella struttura del servizio, quali lo scorporamento dalle sedi centrali di alcune attrezzature (quali le piscine o le biblioteche). Ciò qualifica l'originalità del presente studio e ne motiva lo sviluppo teorico esposto nei capitoli precedenti.

Pur tuttavia, bisogna ammettere che i risultati ottenuti devono essere considerati con cautela esplorativa, non tanto per insufficienza metodologica, quanto per carenza di dati. Più specificamente, si è considerato il problema della localizzazione ottimale simultanea di tre diversi tipi di servizi, legati tra loro da una struttura a due livelli del tipo descritto nel capitolo 2. E' chiaro che, mentre per la scuola esiste una base di dati sufficiente, per i servizi del secondo livello (praticamente inesistenti nella situazione attuale) le congetture sono più che le informazioni oggettive. Tuttavia, è opinione degli autori che spesso l'analisi qualitativa sia più utile di quella quantitativa per capire il comportamento di un sistema, e ciò vale soprattutto quando tale sistema non è osservabile, ma deve essere, in un certo senso, progettato. Lo stile del lavoro, pertanto, non è quello dell'elaborazione di una soluzione unica, ma quello dell'analisi di sensitività del sistema al variare dei valori di alcuni parametri critici. Per quanto concerne i servizi del secondo livello, tale analisi di sensitività riguarda soprattutto due fenomeni:

- a. l'opportunità di concentrare (o decentrare) tali servizi permettendone o meno l'uso comune da parte di più sedi scolastiche;
- b. gli effetti indotti da interventi sui servizi del secondo livello sulla scuola stessa, sia in termini di assetto spaziale sia in termini di mutamenti nella domanda attratta (popolazione scolarizzata).

Un'analisi approfondita dei due problemi sopra citati richiede ovviamente considerazioni che vanno al di là di quelle puramente quantitative e spaziali. Tuttavia, molte informazioni sulla struttura del problema possono essere ottenute concentrando l'analisi di sensitività sui seguenti due parametri fondamentali:

- I. il parametro di impedenza allo spostamento, ovvero la dispersione nella scelta delle destinazioni;
- II. la frequenza d'uso del servizio, in termini di numero medio di viaggi nell'unità di tempo compiuti dalla scuola al servizio in oggetto.



E' chiaro che al variare di tali due parametri si ottengono servizi con caratteristiche molto diverse. E' anche chiaro che tali parametri dipendono dalle caratteristiche organizzative e funzionali dei servizi. Ad esempio, un parametro di impedenza allo spostamento alto dipende dall'imposizione normativa della scelta del servizio da usare. Ciò può essere tipico, ad esempio, di certe attrezzature sportive, quali la piscina, per le quali motivi gestionali e sanitari possono suggerire un controllo relativamente stretto sulle scelte degli utenti (gli studenti). Viceversa un parametro di impedenza allo spostamento basso è associato ad un servizio la cui scelta è lasciata relativamente libera. Ciò può essere introdotto per attività più tipicamente culturali, relazionate allo scambio, alla circolazione ed alla diffusione dell'informazione, quali le biblioteche, organizzate in modo più o meno tradizionale.

Tali due casi estremi motivano la scelta delle parafrasi usate come etichette dei servizi del secondo livello che sono stati considerati. E' stato usato il termine "piscina" per indicare un servizio ad alto valore del parametro di impedenza allo spostamento, il termine "biblioteca" per indicare un servizio a basso valore del parametro di impedenza allo spostamento. Mentre si ritiene che tale terminologia realistica aiuti l'intuito del lettore nella comprensione dei risultati, si ricorda che essa non ha un significato più profondo di quello di una parafrasi.

#### 4.2. Situazione attuale

L'area geografica considerata nel presente studio è quella rappresentata in fig. 1: essa è data dal comune di Torino e da un suo primo hinterland, quest'ultimo costituito da 10 zone coincidenti con i 10 distretti scolastici confinanti con il comune di Torino (\*). Il comune di Torino, a sua volta, è suddi-

---

(\*) Si fa seguire una tabella di corrispondenza tra zone e distretti scolastici: ./.

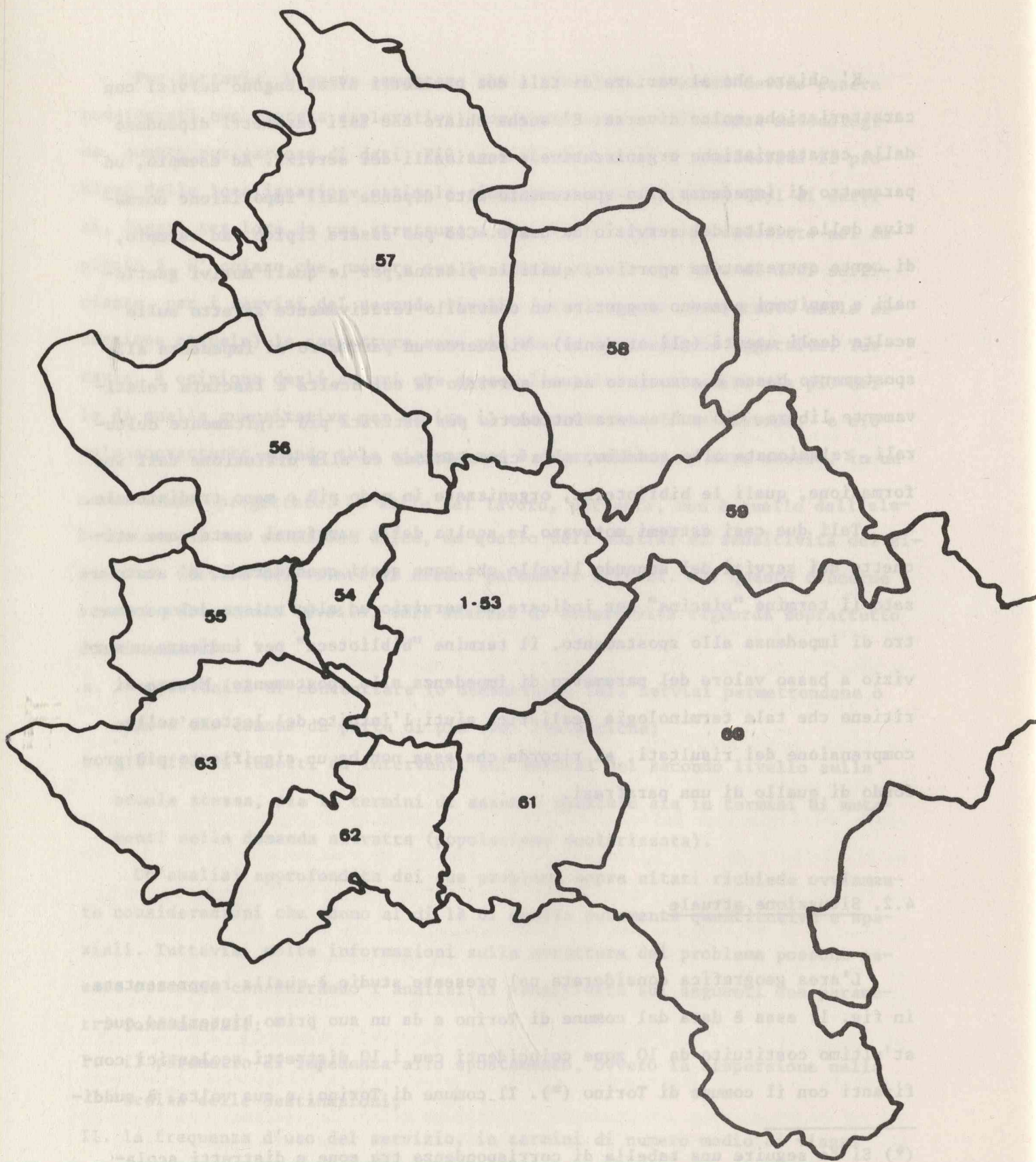


Figura 1 - Torino e suo hinterland



viso in 53 zone (fig. 2), per cui in totale vengono considerate 63 zone, sia come origine della domanda sia come possibile localizzazione dei servizi. (E' ovvio che, in una eventuale applicazione più orientata a fornire elementi per la politica dell'operatore pubblico, l'area geografica di riferimento potrà essere sia definita sia suddivisa altrimenti; è certo, comunque, che l'area geografica qui assunta è già di notevole ampiezza e la suddivisione della stessa è già in un notevole numero di zone).

La situazione del servizio principale considerato (la scuola media superiore, colta nel suo complesso) allo stato attuale (per tale è assunto l'anno scolastico 1978-79) è schematicamente rappresentata in fig. 3 (\*). In termini riassuntivi globali, si ha una domanda potenziale totale, pari alla popolazione residente in età scolare (14-18 anni), di 126.867 unità. Di tale domanda potenziale totale, 57.527 unità sono iscritte alla scuola pubblica, per cui, trascurando gli iscritti alla scuola privata, il tasso di scolarizzazione medio è del 45,34% (\*\*). Per contro, dal lato dell'offerta, si ha una disponibi-

./.	zona	distretto scolastico	
	n	n	nome
	54	24	Collegno
	55	25	Rivoli
	56	26	Venaria
	57	27	Ciriè
	58	28	Settimo Torinese
	59	29	Gassino Torinese
	60	30	Chieri
	61	32	Moncalieri
	62	33	Nichelino
	63	34	Orbassano.

(\*) In: Bertuglia, Leonardi, Tadei (1981), Appendice A, sono rinortati i dati precisi (la domanda potenziale alla colonna "potential demand" e l'offerta alla colonna "stock").

(\*\*) Naturalmente, la considerazione della sola scuola pubblica è una semplificazione, in questa fase resa necessaria sia dalla difficoltà di disporre, in modo completo, delle necessarie informazioni relativamente alla scuola privata sia dalla necessità di affrontare alcuni problemi teorici di cui si dirà alla fine (cap. 5); la considerazione della sola scuola pubblica, pertanto, non sottende, questo lo diciamo esplicitamente, alcuna scelta, che ovviamente sarebbe, per lo meno, semplicistica. Va da sé che il tasso di scolarizzazione ora indicato risente della semplificazione compiuta.



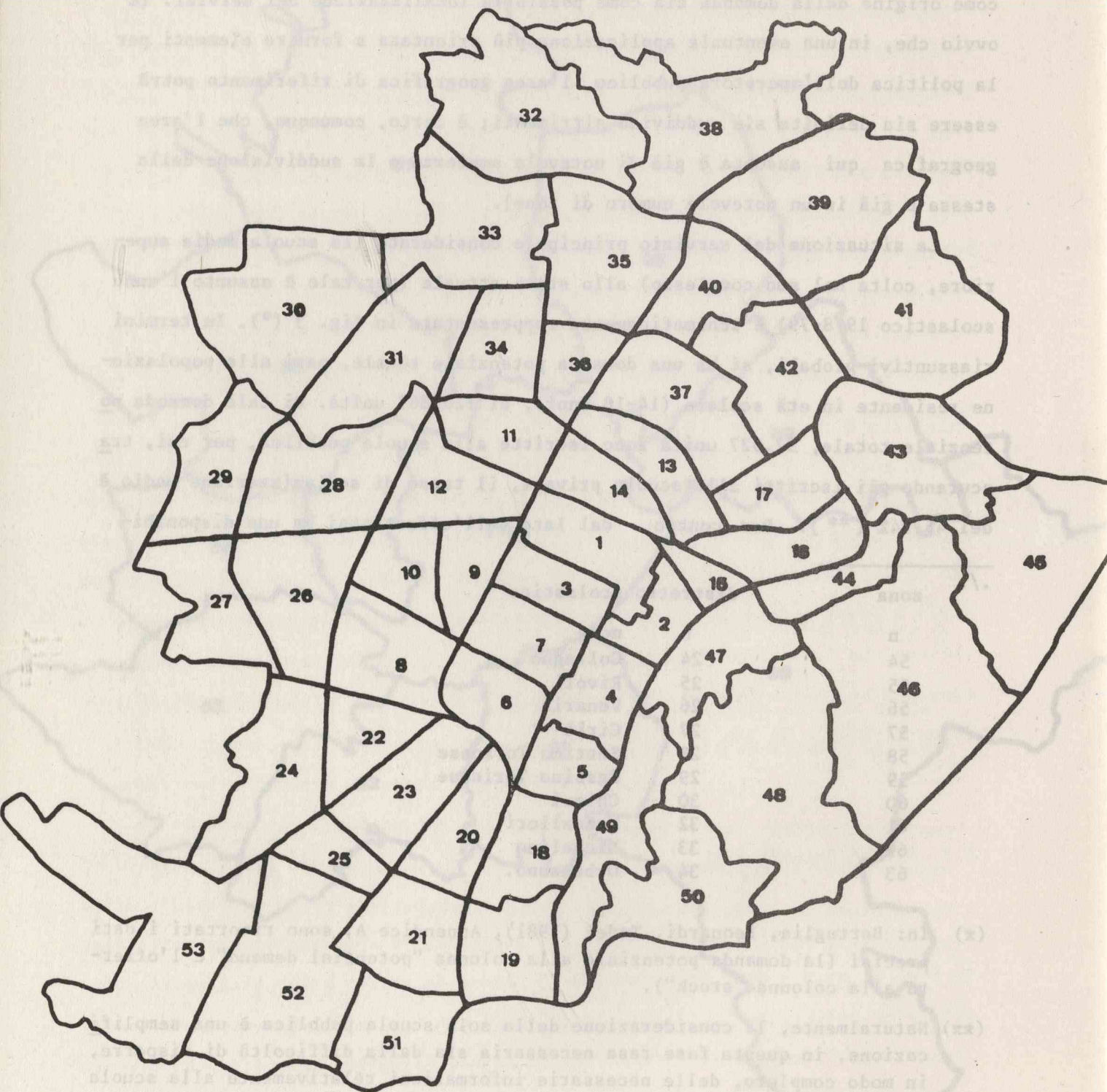


Figura 2 - Suddivisione del comune di Torino in zone



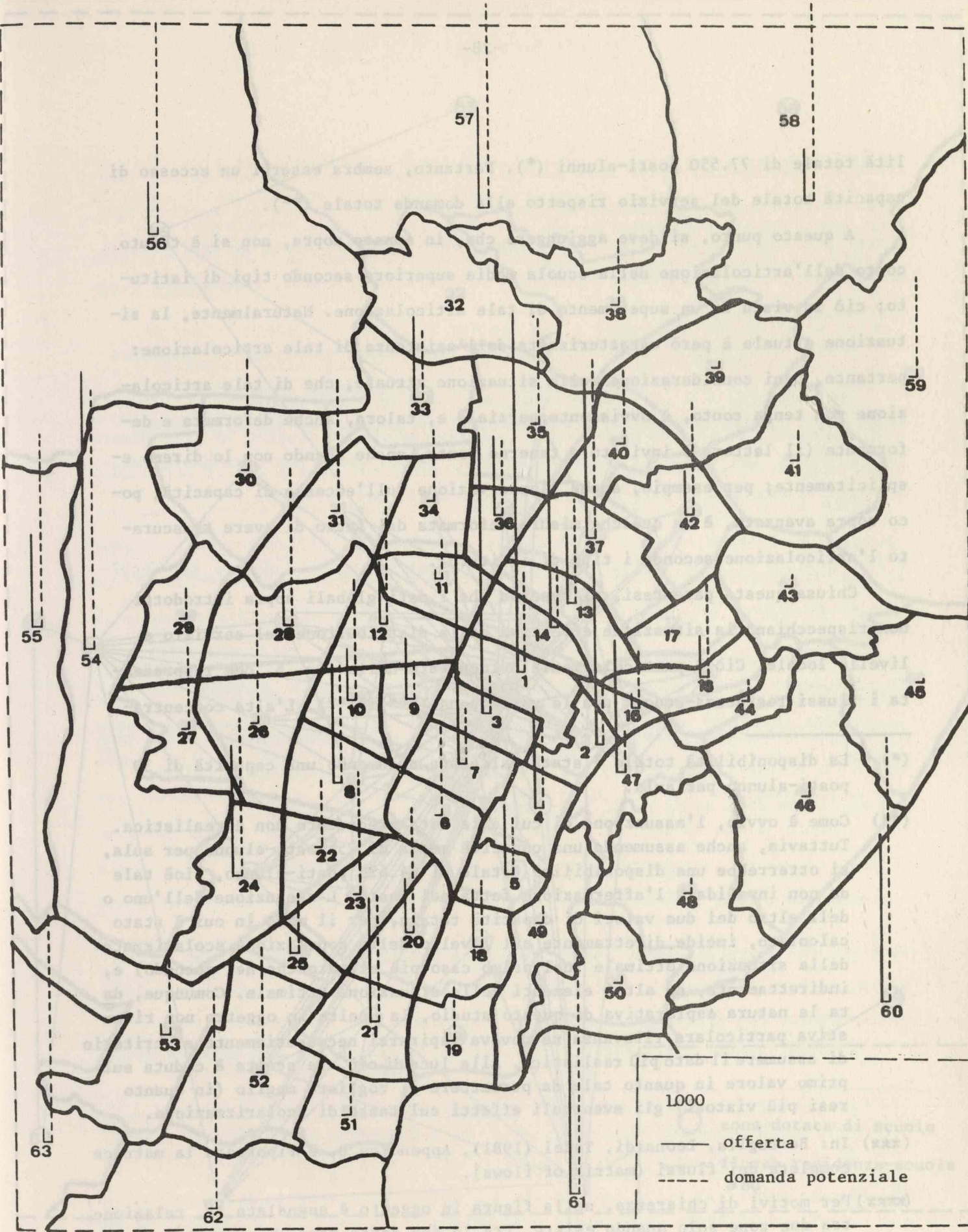


Figura 3 - Distribuzione della domanda potenziale e dell'offerta



lità totale di 77.550 posti-alunni (\*). Pertanto, sembra esservi un eccesso di capacità totale del servizio rispetto alla domanda totale (\*\*).

A questo punto, si deve aggiungere che, in quanto sopra, non si è tenuto conto dell'articolazione della scuola media superiore secondo tipi di istituto; ciò in vista di un superamento di tale articolazione. Naturalmente, la situazione attuale è però caratterizzata dall'esistenza di tale articolazione: pertanto, ogni considerazione sulla situazione attuale, che di tale articolazione non tenga conto, è ovviamente parziale e, talora, anche deformata e deformante (il lettore è invitato a tenerne conto, anche quando non lo diremo esplicitamente; per esempio, anche l'osservazione sull'eccesso di capacità, poco sopra avanzata, è in qualche misura deformata dal fatto di avere trascurato l'articolazione secondo i tipi di istituto).

Chiusa questa parentesi, si osserva che i dati globali sopra introdotti non rispecchiano la situazione effettiva della distribuzione del servizio a livello locale. Ciò è particolarmente evidenziato nella fig. 4, che rappresenta i flussi residenza-scuola tra le varie zone (\*\*\*)(\*\*\*\*). L'alta concentra-

---

(\*) La disponibilità totale è stata calcolata assumendo una capacità di 30 posti-alunno per aula.

(\*\*) Come è ovvio, l'assunzione di cui alla nota precedente non è realistica. Tuttavia, anche assumendo una capacità media di 25 posti-alunno per aula, si otterrebbe una disponibilità totale di 64.625 posti-alunno, cioè tale da non invalidare l'affermazione fatta nel testo. L'assunzione dell'uno o dell'altro dei due valori di capacità totale, per il modo in cui è stato calcolato, incide direttamente sul livello della popolazione scolarizzata della situazione ottimale (nel primo caso più elevato che nel secondo) e, indirettamente, su altri elementi della situazione ottimale. Comunque, data la natura esplorativa di questo studio, la scelta in oggetto non riveste particolare rilevanza né doveva ispirarsi necessariamente al criterio di assumere il dato più realistico. Alla luce di ciò, la scelta è caduta sul primo valore in quanto tale da permettere di cogliere meglio (in quanto resi più vistosi) gli eventuali effetti sul tasso di scolarizzazione.

(\*\*\*) In: Bertuglia, Leonardi, Tadei (1981), Appendice B, è riportata la matrice completa dei flussi (matrix of flows).

(\*\*\*\*) Per motivi di chiarezza, nella figura in oggetto è segnalata la relazione tra due zone solo quando esiste, tra le due dette zone, almeno un flusso in un senso di almeno 80 unità. In: Bertuglia, Leonardi, Tadei (1981), Appendice C, i flussi residenza-scuola sono rappresentati in modo più dettagliato; cioè, tenendo conto del sen-



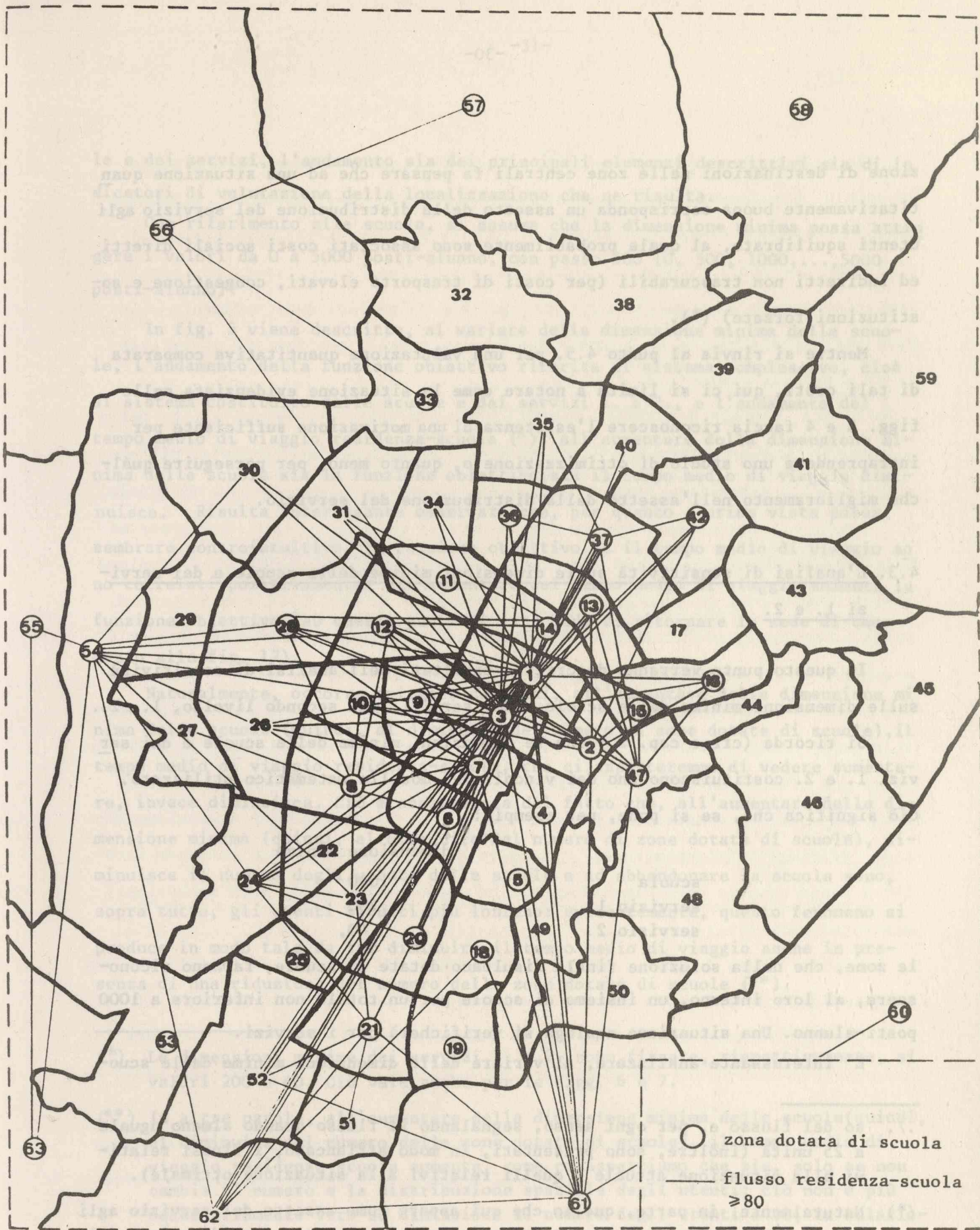


Figura 4 - Flussi residenza-scuola nella situazione attuale



zione di destinazioni nelle zone centrali fa pensare che ad una situazione quantitativamente buona corrisponda un assetto della distribuzione del servizio agli utenti squilibrato, al quale probabilmente sono associati costi sociali diretti ed indiretti non trascurabili (per costi di trasporto elevati, congestione e sostituzioni forzate) (\*).

Mentre si rinvia al punto 4.5. per una valutazione quantitativa comparata di tali costi, qui ci si limita a notare come la situazione evidenziata nelle figg. 3 e 4 faccia riconoscere l'esistenza di una motivazione sufficiente per intraprendere uno studio di ottimizzazione o, quanto meno, per perseguire qualche miglioramento nell'assetto della distribuzione del servizio.

#### 4.3. L'analisi di sensitività sulle dimensioni minime delle scuole e dei servizi 1. e 2.

In questo punto verranno descritti i risultati dell'analisi di sensitività sulle dimensioni minime delle scuole e dei servizi, del secondo livello, 1. e 2..

Si ricorda (cfr.: cap. 2.) che le dimensioni minime delle scuole e dei servizi 1. e 2. costituiscono uno dei vincoli del modello matematico utilizzato. Ciò significa che, se si pone, per esempio:

	dimensione minima
scuola	1000
servizio 1	200
servizio 2	40,

le zone, che nella soluzione finale risultano dotate di scuole, faranno riconoscere, al loro interno, un insieme di scuole per un totale non inferiore a 1000 posti-alunno. Una situazione analoga si verificherà per i servizi.

E' interessante analizzare, al variare delle dimensioni minime delle scuole

---

./.. so del flusso e, per ogni senso, segnalando il flusso quando almeno uguale a 25 unità (inoltre, sono presentati, in modo affiancato, i flussi relativi alla situazione attuale e quelli relativi alla situazione ottimale).

(\*) Naturalmente, in parte, quello che qui appare come assetto del servizio agli utenti squilibrato, può essere determinato dalla mancata considerazione dell'articolazione del servizio tra tipi di istituto (di ciò si continua ad avvertire il lettore).



le e dei servizi, l'andamento sia dei principali elementi descrittivi sia di indicatori di valutazione della localizzazione che ne risulta.

Con riferimento alle scuole, si assume che la dimensione minima possa attingere i valori da 0 a 5000 posti-alunno, con passo 500 (0, 500, 1000,...,5000 posti-alunno).

In fig. 5 viene descritto, al variare della dimensione minima delle scuole, l'andamento della funzione obiettivo riferita al sistema complessivo, cioè al sistema costituito dalle scuole e dai servizi 1. e 2., e l'andamento del tempo medio di viaggio residenza-scuola (\*). All'aumentare della dimensione minima delle scuole sia la funzione obiettivo sia il tempo medio di viaggio diminuisce. Risulta interessante osservare che, per quanto a prima vista possa sembrare controintuitivo, la funzione obiettivo ed il tempo medio di viaggio sono correlati positivamente: all'aumentare del tempo medio di viaggio aumenta la funzione obiettivo (su questo punto si avrà modo di ritornare in sede di commento alla fig. 17).

Naturalmente, occorre spiegare come mai, all'aumentare della dimensione minima delle scuole (quindi, al diminuire del numero di zone dotate di scuole), il tempo medio di viaggio residenza-scuola, che ci aspetteremmo di vedere aumentare, invece diminuisca. Ciò è conseguenza del fatto che, all'aumentare della dimensione minima (quindi, al diminuire del numero di zone dotate di scuole), diminuisce il numero degli utenti delle scuole e ad abbandonare la scuola sono, sopra tutto, gli utenti situati più lontano: evidentemente, questo fenomeno si produce in modo tale da far diminuire il tempo medio di viaggio anche in presenza di una riduzione del numero delle zone dotate di scuole (\*\*).

---

(\*) Le dimensioni minime dei servizi 1. e 2. sono fissate, rispettivamente, ai valori 200 e 40. Ciò vale anche per le figg. 6 e 7.

(\*\*) In altre parole, all'aumentare della dimensione minima delle scuole (quindi, al diminuire del numero delle zone dotate di scuole), il tempo medio di viaggio residenza-scuola aumenta, come ci aspettiamo che sia, solo se non cambia il numero e la distribuzione spaziale degli utenti; ciò non è più necessariamente vero se diminuisce il numero degli utenti e se, in relazione a ciò, si modifica la distribuzione spaziale degli utenti nel senso che passano dallo stato di utente a quello di non utente, sopra tutto, gli utenti situati più lontano.



In fig. 6 viene descritto, sempre al variare della dimensione minima delle scuole, l'andamento dell'accessibilità al sistema complessivo e l'andamento della popolazione scolarizzata. Come è intuitivo, l'accessibilità diminuisce all'aumentare della dimensione minima. La popolazione scolarizzata fa, peraltro, riconoscere un comportamento analogo. Per un'analisi dell'andamento relativo dell'accessibilità al sistema complessivo e della popolazione scolarizzata si rinvia al commento di fig. 14.

In fig. 7 viene descritto, sempre al variare della dimensione minima delle scuole, l'andamento del numero di zone dotate di scuole. Come è ovvio, all'aumentare della dimensione minima, diminuisce il numero di zone dotate di scuole. E', comunque, interessante notare che, mentre il passaggio dalla dimensione minima 0 alla dimensione minima 500, dalla dimensione minima 2000 alla dimensione minima 2500 e così di seguito fino alla dimensione minima 5000, non induce, di volta in volta, grandi modifiche nel numero di zone dotate di scuole, invece il passaggio dalla dimensione minima 500 alla dimensione minima 1000, e così pure sia dalla dimensione minima 1000 alla dimensione minima 1500 sia ancora, in certa misura, dalla dimensione minima 1500 alla dimensione minima 2000, fa riconoscere una brusca variazione nel numero di zone dotate di scuole. Questo fa sì che la dimensione minima 1000 possa acquistare il significato di dimensione minima "critica" o "discriminante" (in relazione al numero di zone dotate di scuole) e venga assunta come dimensione minima delle scuole nelle sperimentazioni che seguiranno (\*).

Quanto finora è stato fatto, con riferimento all'analisi di sensitività sulla dimensione minima delle scuole, viene adesso ripetuto per i servizi 1. e 2..

Con riferimento al servizio 1., si assume che la dimensione minima possa attingere i valori da 0 a 500 utenti del servizio nell'unità di tempo, con passo 50 (0, 50, 100, ..., 500 utenti).

In fig. 8 viene descritto, al variare della dimensione minima del servizio 1., l'andamento della funzione obiettivo riferita al sistema complessivo, cioè

---

(\*) Il valore 1000, per la dimensione minima delle scuole, garantisce, per altro, un livello di scolarizzazione maggiore dell'attuale (vedi fig. 6) ed una dispersione abbastanza contenuta del numero di zone dotate di scuole (48 su 63).



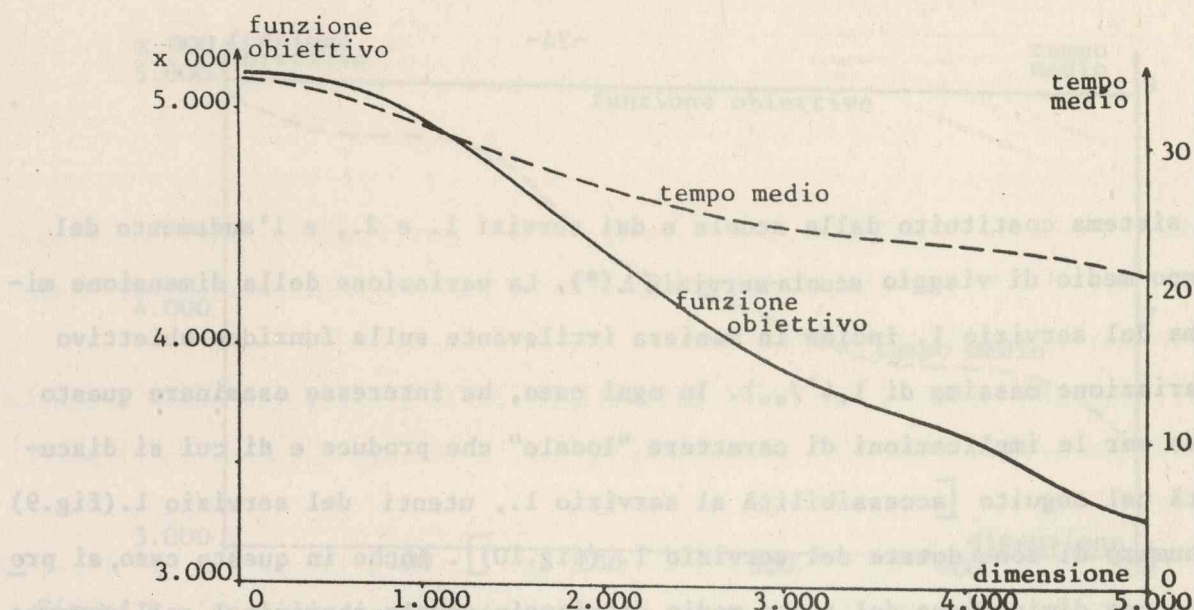


Figura 5 - Analisi di sensitività sulla dimensione minima delle scuole: funzione obiettivo e tempo medio di viaggio residenza-scuola

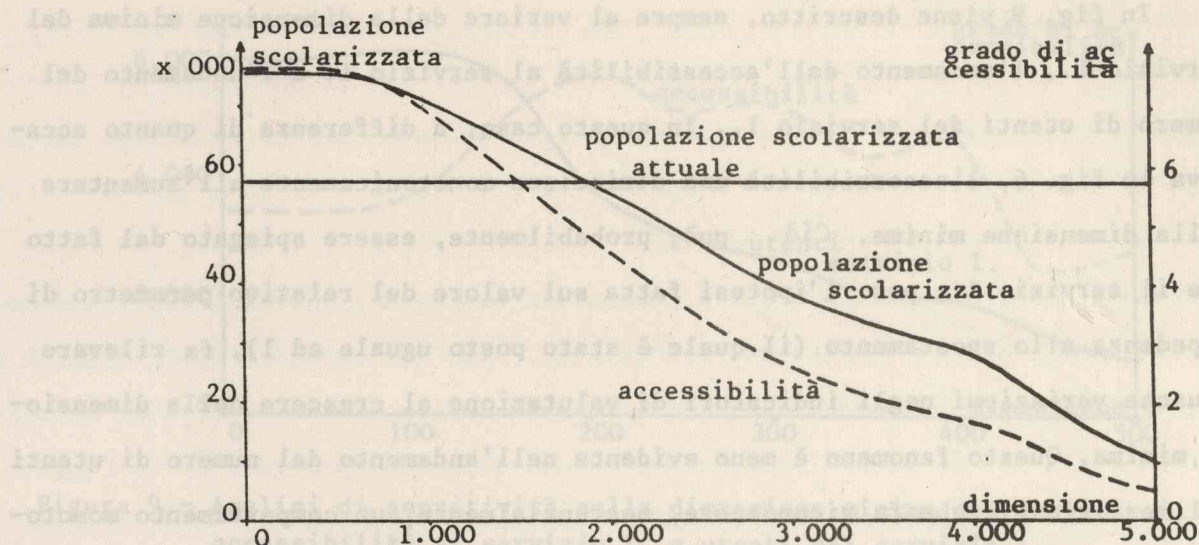


Figura 6 - Analisi di sensitività sulla dimensione minima delle scuole: accessibilità al sistema complessivo e popolazione scolарizzata

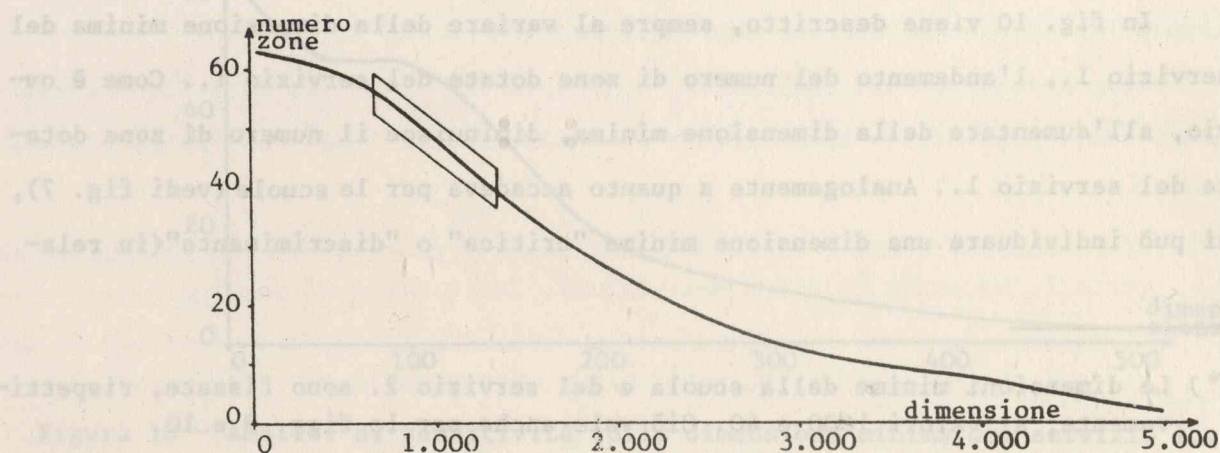


Figura 7 - Analisi di sensitività sulla dimensione minima delle scuole: numero di zone dotate di scuole

al sistema costituito dalle scuole e dai servizi 1. e 2., e l'andamento del tempo medio di viaggio scuola-servizio 1.(\*). La variazione della dimensione minima del servizio 1. incide in maniera irrilevante sulla funzione obiettivo (variazione massima di  $1,4\%$ ). In ogni caso, ha interesse esaminare questo caso per le implicazioni di carattere "locale" che produce e di cui si discuterà nel seguito [accessibilità al servizio 1., utenti del servizio 1.(fig.9) e numero di zone dotate del servizio 1. (fig.10)]. Anche in questo caso, si produce una diminuzione del tempo medio di viaggio scuola-servizio 1., all'aumentare della dimensione minima del servizio 1. (la spiegazione di questa circostanza è analoga a quella prospettata nell'ambito del commento alla fig. 5).

In fig. 9 viene descritto, sempre al variare della dimensione minima del servizio 1., l'andamento dell'accessibilità al servizio 1. e l'andamento del numero di utenti del servizio 1.. In questo caso, a differenza di quanto accadeva in fig. 6, l'accessibilità non diminuisce monotonicamente all'aumentare della dimensione minima. Ciò può, probabilmente, essere spiegato dal fatto che il servizio 1., per l'ipotesi fatta sul valore del relativo parametro di impedenza allo spostamento (il quale è stato posto uguale ad 1), fa rilevare brusche variazioni negli indicatori di valutazione al crescere della dimensione minima. Questo fenomeno è meno evidente nell'andamento del numero di utenti del servizio 1., che fa riconoscere, sostanzialmente, un comportamento monotonicamente decrescente, analogo a quanto accadeva in fig. 5. In ogni caso, per un'analisi dell'andamento relativo dell'accessibilità e del numero di utenti del servizio 1. si rinvia al commento di fig. 15.

In fig. 10 viene descritto, sempre al variare della dimensione minima del servizio 1., l'andamento del numero di zone dotate del servizio 1.. Come è ovvio, all'aumentare della dimensione minima, diminuisce il numero di zone dotate del servizio 1.. Analogamente a quanto accadeva per le scuole (vedi fig. 7), si può individuare una dimensione minima "critica" o "discriminante"(in rela-

---

(\*) Le dimensioni minime della scuola e del servizio 2. sono fissate, rispettivamente, ai valori 1000 e 40. Ciò vale anche per le figg. 9 e 10.



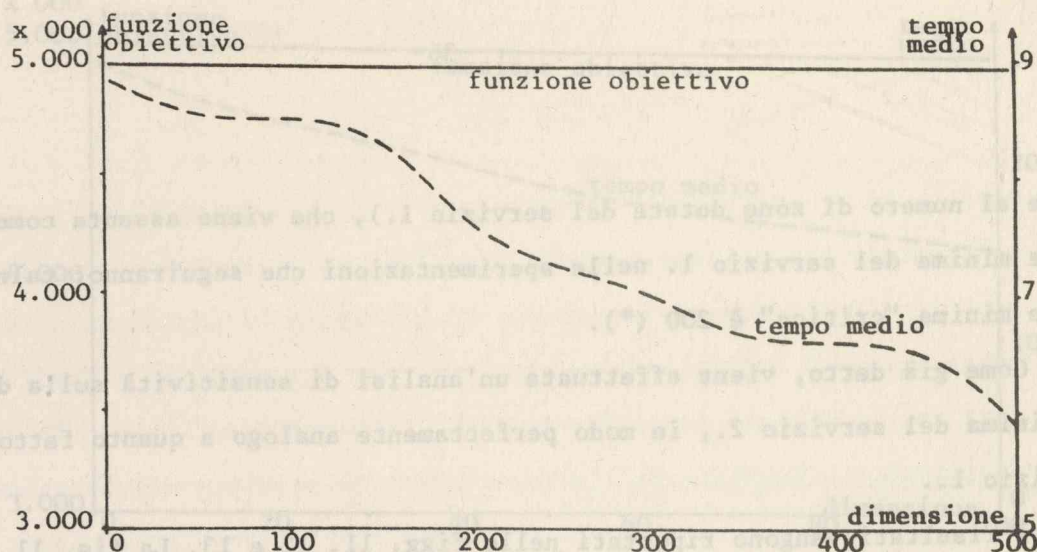


Figura 8 - Analisi di sensitività sulla dimensione minima del servizio 1.: funzione obiettivo e tempo medio di viaggio scuola-servizio 1.

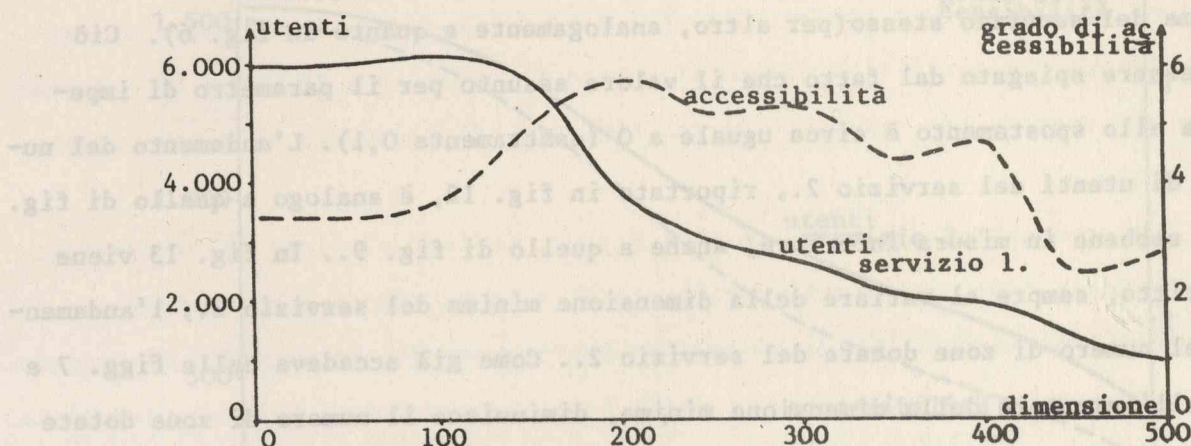


Figura 9 - Analisi di sensitività sulla dimensione minima del servizio 1.: accessibilità al servizio 1. e utenti del servizio 1.

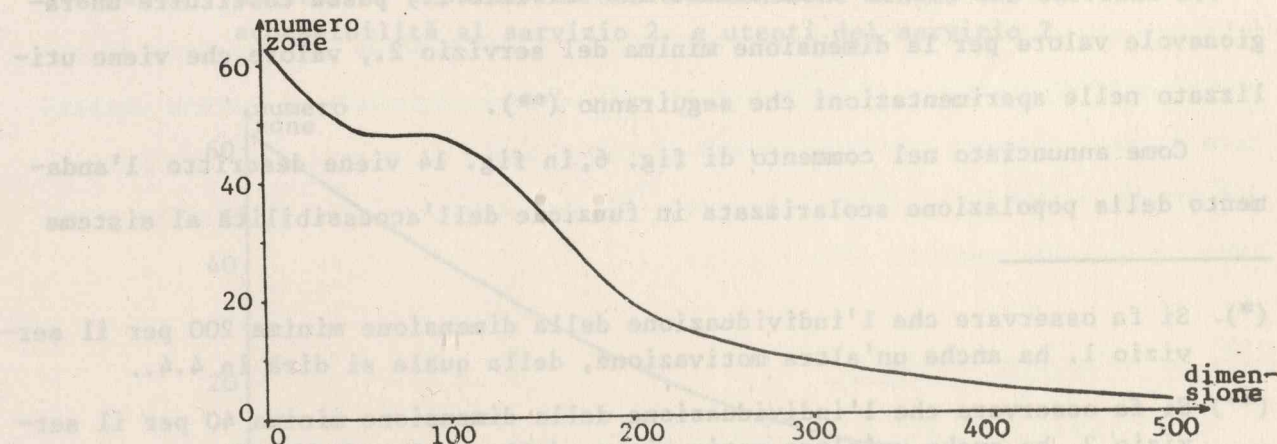


Figura 10 - Analisi di sensitività sulla dimensione minima del servizio 1.: numero di zone dotate del servizio 1.

zione al numero di zone dotate del servizio 1.), che viene assunta come dimensione minima del servizio 1. nelle sperimentazioni che seguiranno: tale dimensione minima "critica" è 200 (\*).

Come già detto, viene effettuata un'analisi di sensitività sulla dimensione minima del servizio 2., in modo perfettamente analogo a quanto fatto per il servizio 1..

I risultati vengono riportati nelle figg. 11, 12 e 13. La fig. 11 è perfettamente analoga alla fig. 8, per cui si tralascia ogni commento. La fig. 12 fa riconoscere, a differenza di quanto accadeva in fig. 9, un andamento monotonicamente decrescente dell'accessibilità al servizio 2., all'aumentare della dimensione minima del servizio stesso (per altro, analogamente a quanto in fig. 6). Ciò può essere spiegato dal fatto che il valore assunto per il parametro di impedenza allo spostamento è circa uguale a 0 (esattamente 0,1). L'andamento del numero di utenti del servizio 2., riportato in fig. 12, è analogo a quello di fig. 6 e, sebbene in misura inferiore, anche a quello di fig. 9.. In fig. 13 viene descritto, sempre al variare della dimensione minima del servizio 2., l'andamento del numero di zone dotate del servizio 2.. Come già accadeva nelle figg. 7 e 10, all'aumentare della dimensione minima, diminuisce il numero di zone dotate del servizio 2.. In questo caso, a differenza di quanto accadeva nelle figg. 7 e 10, non si può individuare una dimensione minima "critica" o "discriminante" da assumere come dimensione minima del servizio 2.. Si ritiene, comunque, che 40 (a cui corrispondono 25 zone dotate del servizio 2.) possa costituire un ragionevole valore per la dimensione minima del servizio 2., valore che viene utilizzato nelle sperimentazioni che seguiranno (\*\*).

Come annunciato nel commento di fig. 6, in fig. 14 viene descritto l'andamento della popolazione scolarizzata in funzione dell'accessibilità al sistema

---

(\*) Si fa osservare che l'individuazione della dimensione minima 200 per il servizio 1. ha anche un'altra motivazione, della quale si dirà in 4.4..

(\*\*) Si fa osservare che l'individuazione della dimensione minima 40 per il servizio 2. ha anche un'altra motivazione, della quale si dirà in 4.4..



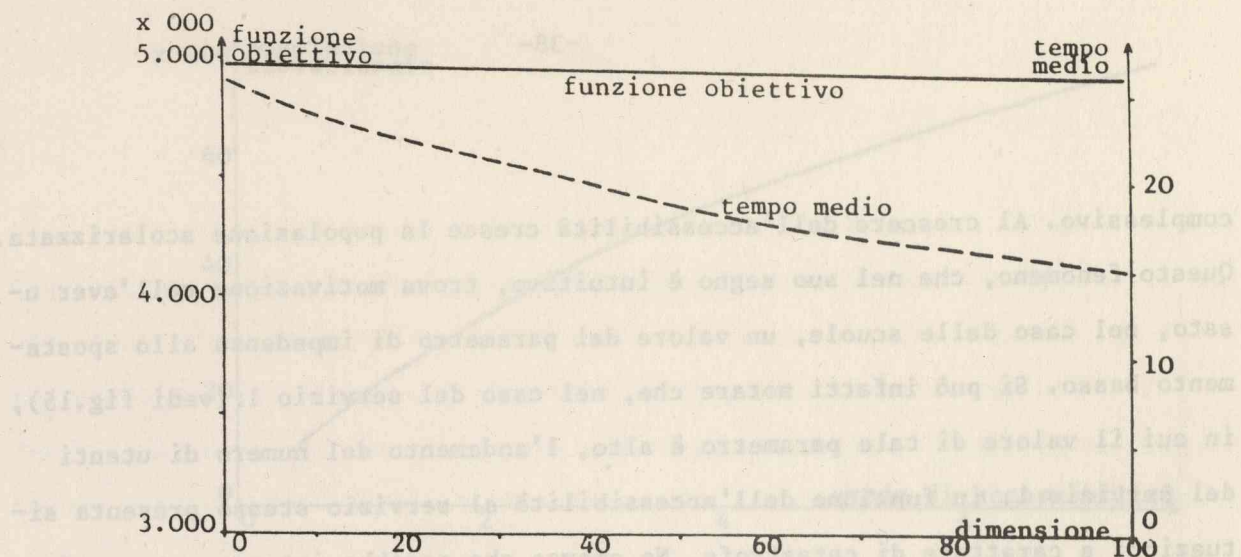


Figura 11 - Analisi di sensitività sulla dimensione minima del servizio 2.: funzione obiettivo e tempo medio di viaggio scuola-servizio 2.

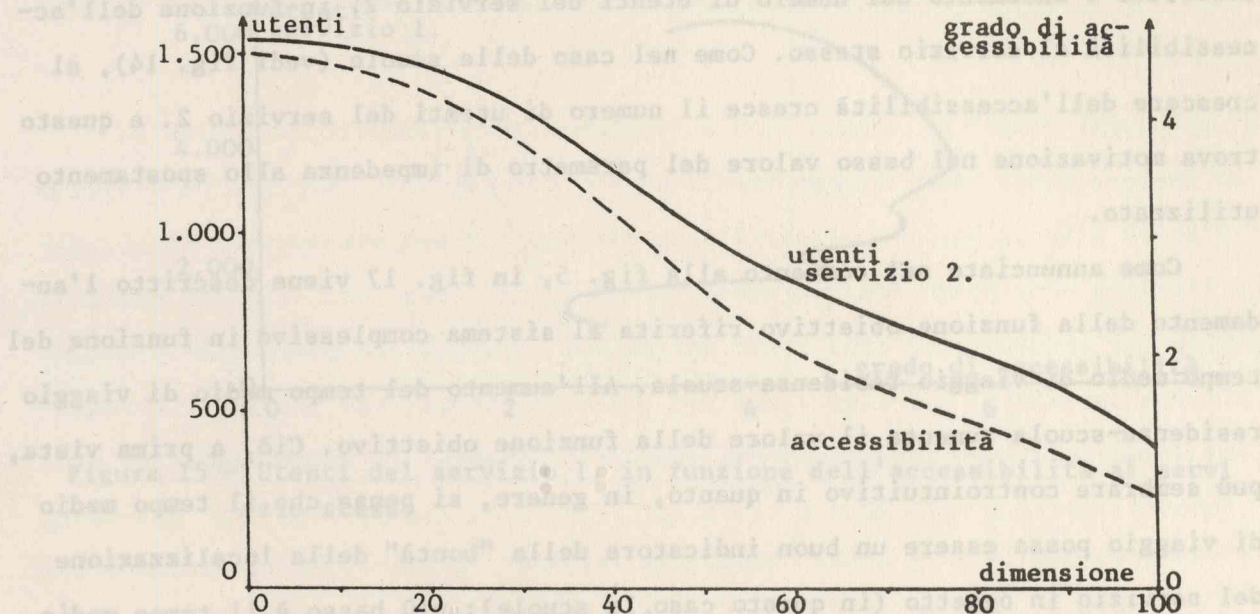


Figura 12 - Analisi di sensitività sulla dimensione minima del servizio 2.: accessibilità al servizio 2. e utenti del servizio 2.

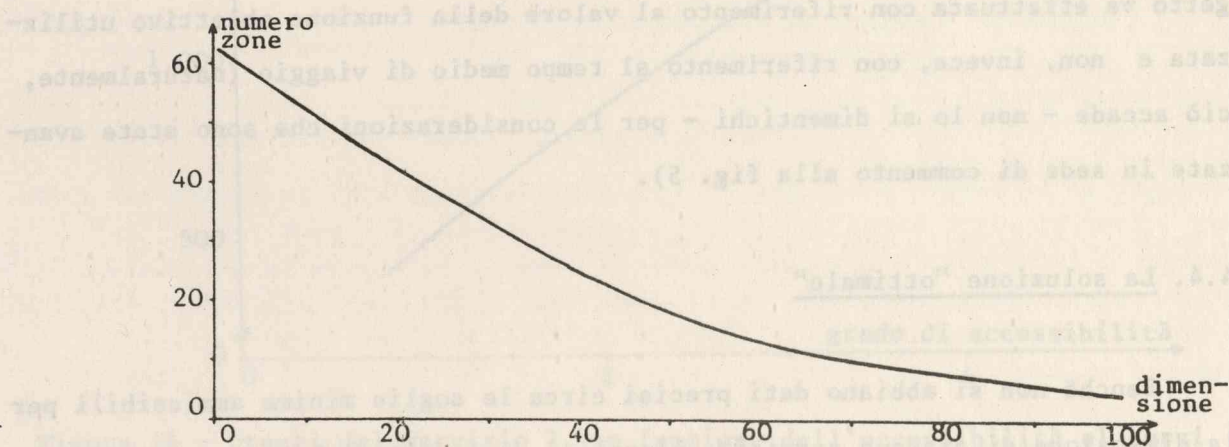


Figura 13 - Analisi di sensitività sulla dimensione minima del servizio 2.: numero di zone dotate del servizio 2.

complessivo. Al crescere dell'accessibilità cresce la popolazione scolarizzata. Questo fenomeno, che nel suo segno è intuitivo, trova motivazione nell'aver usato, nel caso delle scuole, un valore del parametro di impedenza allo spostamento basso. Si può infatti notare che, nel caso del servizio 1. (vedi fig. 15), in cui il valore di tale parametro è alto, l'andamento del numero di utenti del servizio 1. in funzione dell'accessibilità al servizio stesso presenta situazioni a carattere di catastrofe. Ne emerge che sarebbe interessante condurre un'analisi di sensitività sul valore del parametro di impedenza allo spostamento, ma ciò si deve rimandare a possibili sviluppi futuri. In fig. 16 viene descritto l'andamento del numero di utenti del servizio 2. in funzione dell'accessibilità al servizio stesso. Come nel caso delle scuole (vedi fig. 14), al crescere dell'accessibilità cresce il numero di utenti del servizio 2. e questo trova motivazione nel basso valore del parametro di impedenza allo spostamento utilizzato.

Come annunciato nel commento alla fig. 5, in fig. 17 viene descritto l'andamento della funzione obiettivo riferita al sistema complessivo in funzione del tempo medio di viaggio residenza-scuola. All'aumento del tempo medio di viaggio residenza-scuola aumenta il valore della funzione obiettivo. Ciò, a prima vista, può sembrare controintuitivo in quanto, in genere, si pensa che il tempo medio di viaggio possa essere un buon indicatore della "bontà" della localizzazione del servizio in oggetto (in questo caso, le scuole): più basso è il tempo medio, migliore è la localizzazione. Quanto contenuto in fig. 17 dimostra che ciò non è vero e che una corretta valutazione della localizzazione del servizio in oggetto va effettuata con riferimento al valore della funzione obiettivo utilizzata e non, invece, con riferimento al tempo medio di viaggio (naturalmente, ciò accade - non lo si dimentichi - per le considerazioni che sono state avanzate in sede di commento alla fig. 5).

#### 4.4. La soluzione "ottimale"

Benché non si abbiano dati precisi circa le soglie minime ammissibili per la dimensione di ciascun servizio, l'analisi di sensitività precedente mostra



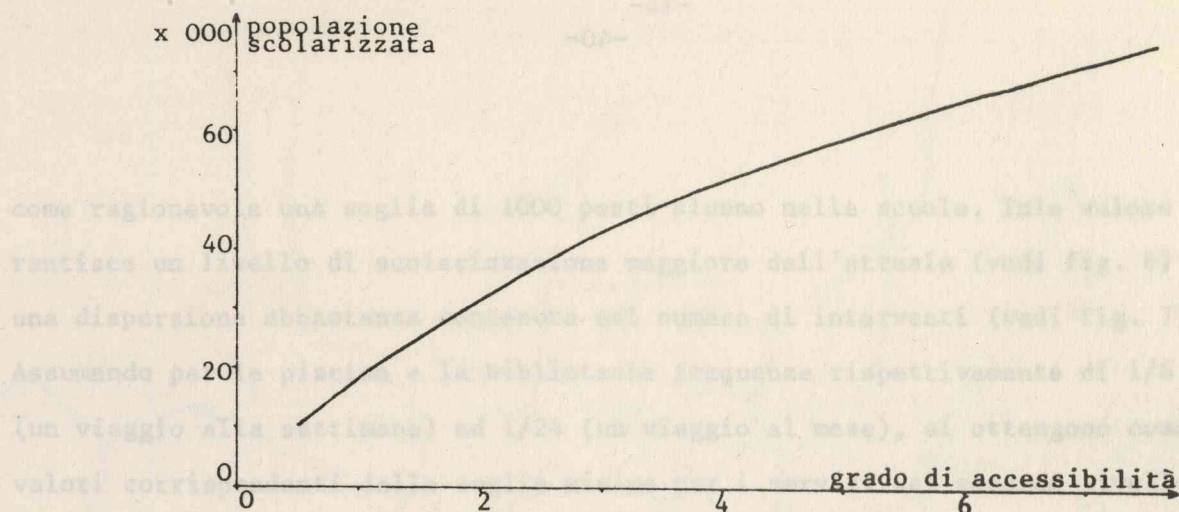


Figura 14 - Popolazione scolarizzata in funzione dell'accessibilità al sistema complessivo

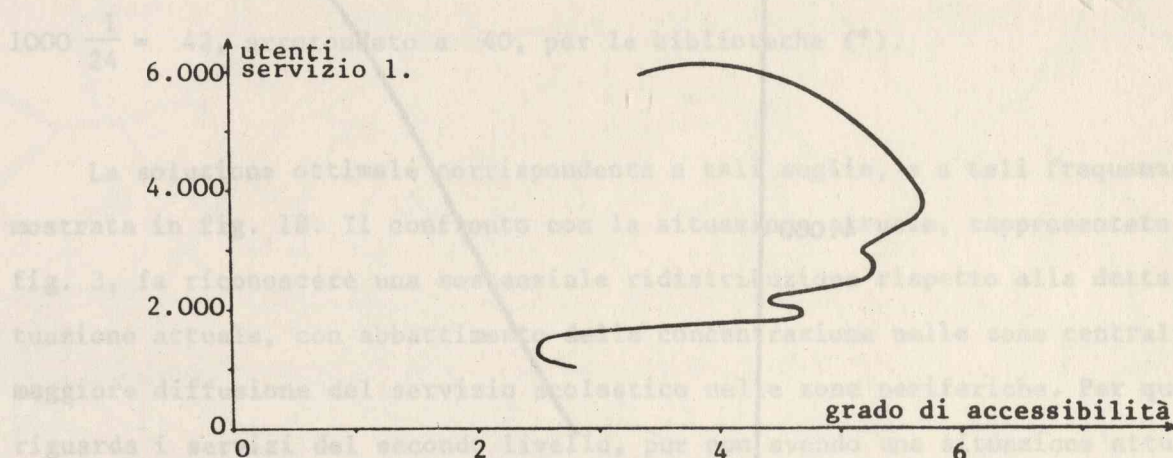


Figura 15 - Utenti del servizio 1. in funzione dell'accessibilità al servizio stesso

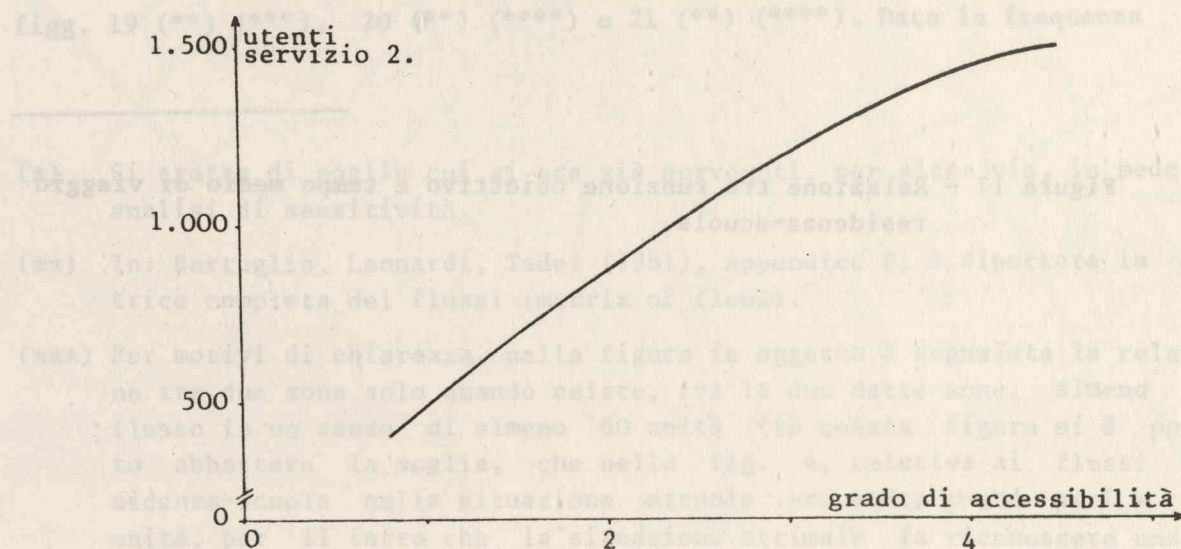


Figura 16 - Utenti del servizio 2. in funzione dell'accessibilità al servizio stesso

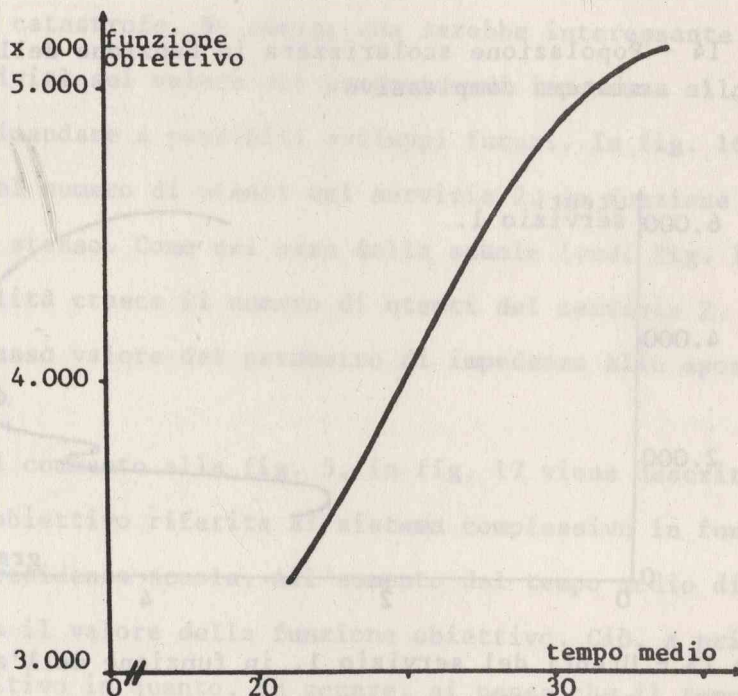


Figura 17 - Relazione tra funzione obiettivo e tempo medio di viaggio residenza-scuola



come ragionevole una soglia di 1000 posti-alunno nelle scuole. Tale valore garantisce un livello di scolarizzazione maggiore dell'attuale (vedi fig. 6) ed una dispersione abbastanza contenuta nel numero di interventi (vedi fig. 7). Assumendo per le piscine e le biblioteche frequenze rispettivamente di  $1/6$  (un viaggio alla settimana) ed  $1/24$  (un viaggio al mese), si ottengono come valori corrispondenti delle soglie minime per i servizi del secondo livello:

$$1000 \frac{1}{6} = 167, \text{ arrotondato a } 200, \text{ per le piscine;}$$

$$1000 \frac{1}{24} = 42, \text{ arrotondato a } 40, \text{ per le biblioteche (*).}$$

La soluzione ottimale corrispondente a tali soglie, e a tali frequenze, è mostrata in fig. 18. Il confronto con la situazione attuale, rappresentata in fig. 3, fa riconoscere una sostanziale ridistribuzione rispetto alla detta situazione attuale, con abbattimento della concentrazione nelle zone centrali e maggiore diffusione del servizio scolastico nelle zone periferiche. Per quanto riguarda i servizi del secondo livello, pur non avendo una situazione attuale come riferimento per il confronto, si nota una concentrazione, che appare ragionevole, dei servizi sia di tipo 1. (piscine) sia di tipo 2. (biblioteche). Ciò è meglio evidenziato dall'analisi dei flussi tra i servizi mostrata nelle figg. 19 (\*\*), (\*\*\*), 20 (\*\*), (\*\*\*\*) e 21 (\*\*), (\*\*\*\*). Data la frequenza

- 
- (\*) Si tratta di soglie cui si era già pervenuti, per altra via, in sede di analisi di sensitività.
- (\*\*) In: Bertuglia, Leonardi, Tadei (1981), Appendice B, è riportata la matrice completa dei flussi (matrix of flows).
- (\*\*\*) Per motivi di chiarezza, nella figura in oggetto è segnalata la relazione tra due zone solo quando esiste, tra le due dette zone, almeno un flusso in un senso di almeno 60 unità (in questa figura si è potuto abbattere la soglia, che nella fig. 4, relativa ai flussi residenza-scuola nella situazione attuale era stata posta pari a 80 unità, per il fatto che la situazione ottimale fa riconoscere una minore concentrazione di flussi interessanti le zone centrali). Come già detto, nell'Appendice C (in Bertuglia, Leonardi, Tadei, 1981), i flussi residenza-scuola sono rappresentati in modo più dettagliato; cioè,



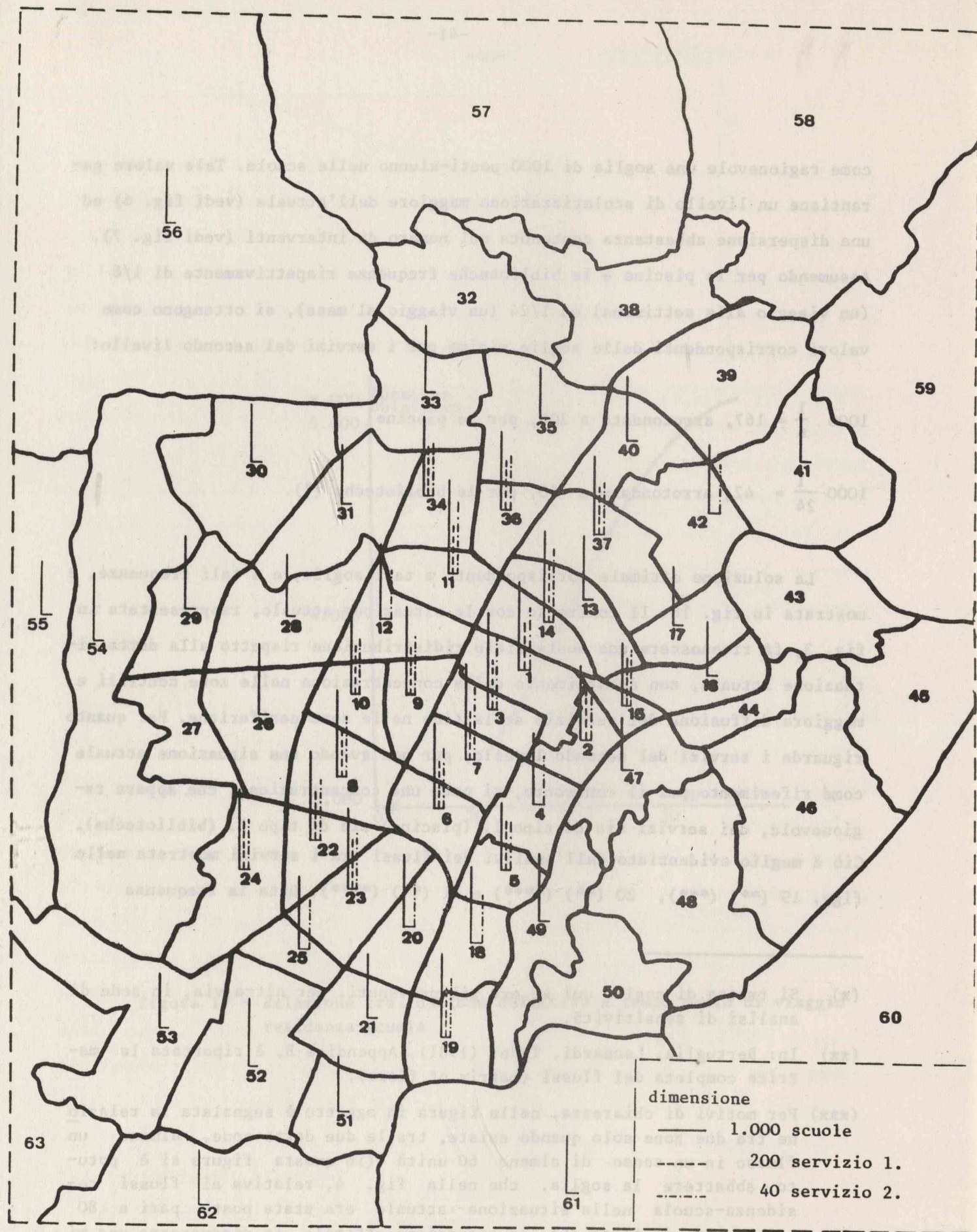


Figura 18 - Distribuzione delle scuole e dei servizi 1. e 2. e loro dimensioni nella situazione ottimale



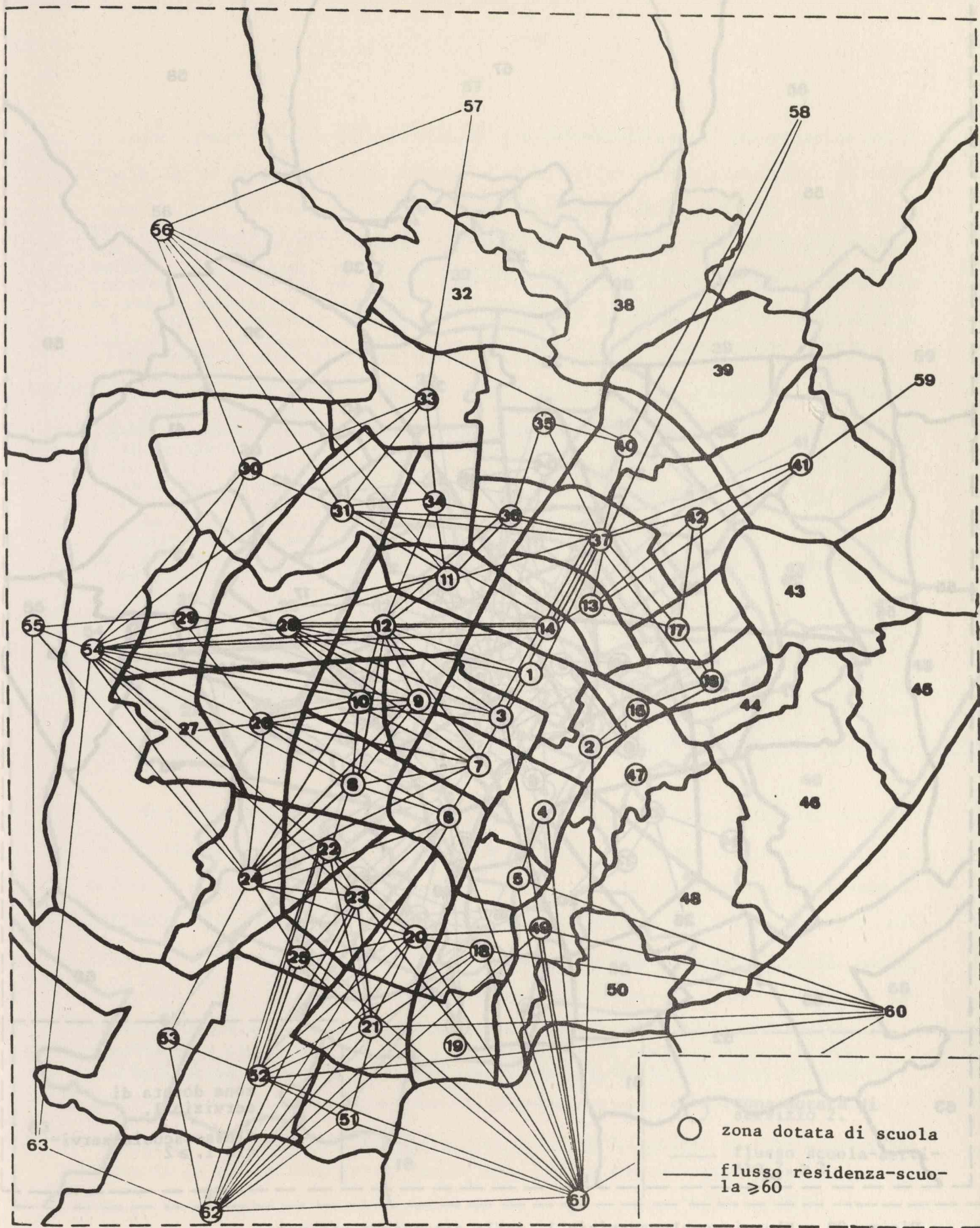


Figura 19 - Flussi residenza-scuola nella situazione ottimale





Figura 20 - Flussi scuola-servizio 1. nella situazione ottimale



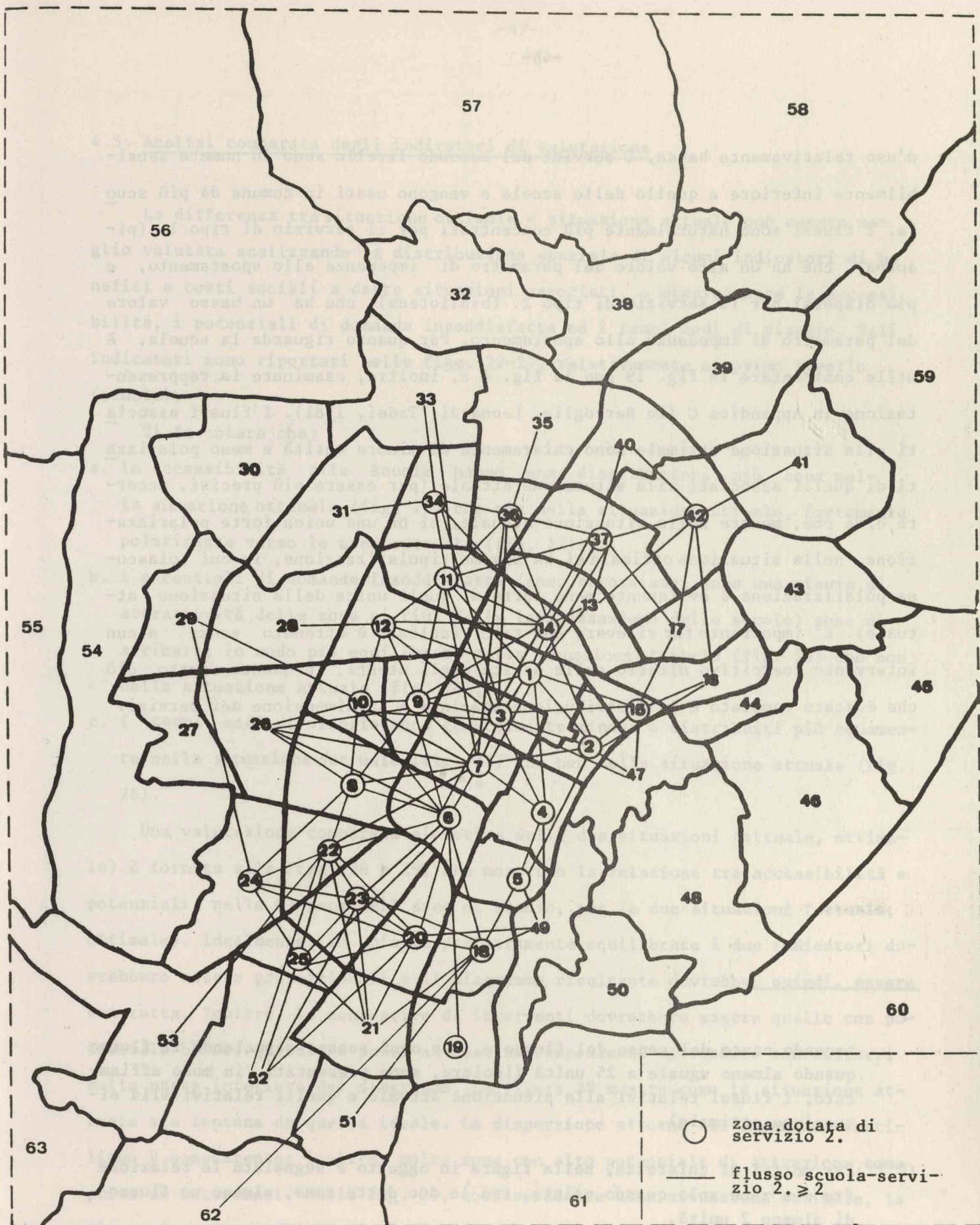


Figura 21 - Flussi scuola-servizio 2. nella situazione ottimale



d'uso relativamente bassa, i servizi del secondo livello sono in numero sensibilmente inferiore a quello delle scuole e vengono usati in comune da più scuole. I flussi sono naturalmente più concentrati per il servizio di tipo 1. (piscina), che ha un alto valore del parametro di impedenza allo spostamento, e più dispersi per il servizio di tipo 2. (biblioteca), che ha un basso valore del parametro di impedenza allo spostamento. Per quanto riguarda la scuola, è utile confrontare la fig. 19 con la fig. 4 e, inoltre, esaminare la rappresentazione in Appendice C (in Bertuglia, Leonardi, Tadei, 1981). I flussi associati alla situazione ottimale sono chiaramente di minore entità e meno polarizzati di quelli associati alla situazione attuale (per essere più precisi, occorre dire che, mentre nella situazione attuale, si ha una unica forte polarizzazione, nella situazione ottimale si ha una multipolarizzazione, in cui ciascuna polarizzazione è ovviamente meno forte di quell'unica della situazione attuale). E' importante far rilevare che tale risultato è ottenuto senza alcun intervento coercitivo diretto sulle scelte degli utenti, in quanto tutto ciò che è stato cambiato è la distribuzione spaziale e la dimensione dei servizi.

---

./.

tenendo conto del senso del flusso e, per ogni senso, segnalando il flusso quando almeno uguale a 25 unità (inoltre, sono presentati, in modo affiancato, i flussi relativi alla situazione attuale e quelli relativi alla situazione ottimale).

(\*\*\*\*) Per motivi di chiarezza, nella figura in oggetto è segnalata la relazione fra due zone solo quando esiste, tra le due dette zone, almeno un flusso di almeno 2 unità.



#### 4.5. Analisi comparata degli indicatori di valutazione

La differenza tra situazione ottimale e situazione attuale può essere meglio valutata analizzando la distribuzione spaziale di alcuni indicatori di benefici e costi sociali a dette situazioni associati, e precisamente le accessibilità, i potenziali di domanda insoddisfatta ed i tempi medi di viaggio. Tali indicatori sono riportati nelle figg. 22-27, relativamente al primo livello (scuole).

Si fa notare che:

- a. le accessibilità alle scuole hanno una distribuzione più equa nella situazione ottimale (fig. 23) che non nella situazione attuale, fortemente polarizzata verso le aree centrali (fig. 22);
- b. i potenziali di domanda insoddisfatta (che, ricordiamo, sono una misura di attrattività delle zone ai fini della localizzazione delle scuole) sono distribuiti in modo più equilibrato nella situazione ottimale (fig. 25) che non nella situazione attuale (fig. 24);
- c. i tempi medi di viaggio sono generalmente minori e distribuiti più equamente nella situazione ottimale (fig. 27) che non nella situazione attuale (fig. 26).

Una valutazione comparata sintetica delle due situazioni (attuale, ottimale) è fornita alle figg. 28 e 29, che mostrano la relazione tra accessibilità e potenziali, nelle 63 zone dell'area di studio, per le due situazioni (attuale, ottimale). Idealmente, in un'area perfettamente equilibrata i due indicatori dovrebbero essere proporzionali e il diagramma risultante dovrebbe, quindi, essere una retta. Inoltre, le zone prive di interventi dovrebbero essere quelle con potenziale basso; quindi, i punti ad esse corrispondenti dovrebbero concentrarsi nella parte inferiore del diagramma. La figura 28 mostra come la situazione attuale sia lontana da quella ideale. La dispersione attorno all'andamento rettilineo è consistente; inoltre, molte zone con alto potenziale di attrazione sono prive di interventi. Nella fig. 29, corrispondente alla situazione ottimale, la dispersione è sensibilmente minore; inoltre, le zone prive di interventi sono concentrate nella parte inferiore del diagramma.



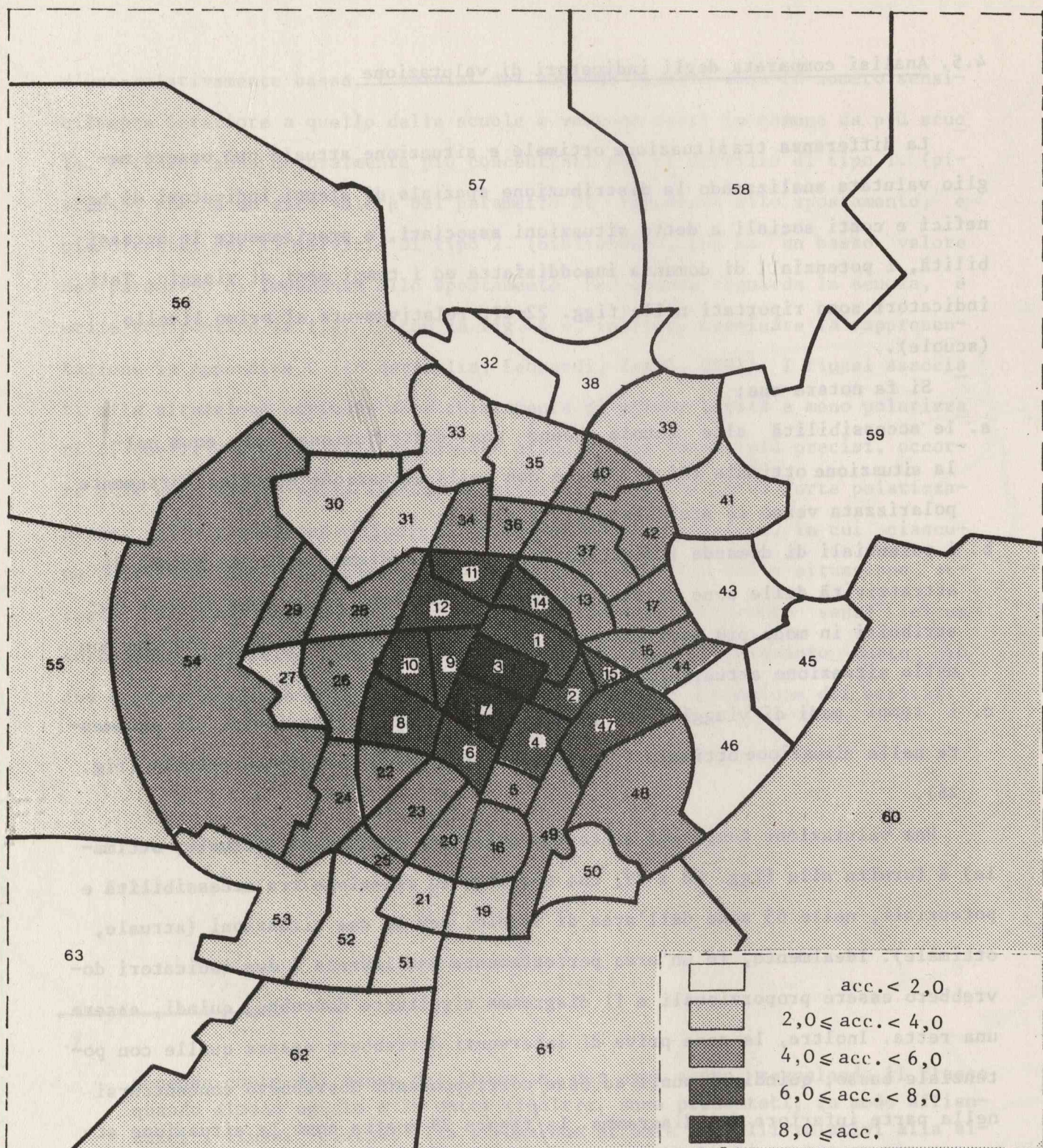


Figura 22 - Distribuzione delle accessibilità alle scuole nella situazione attuale



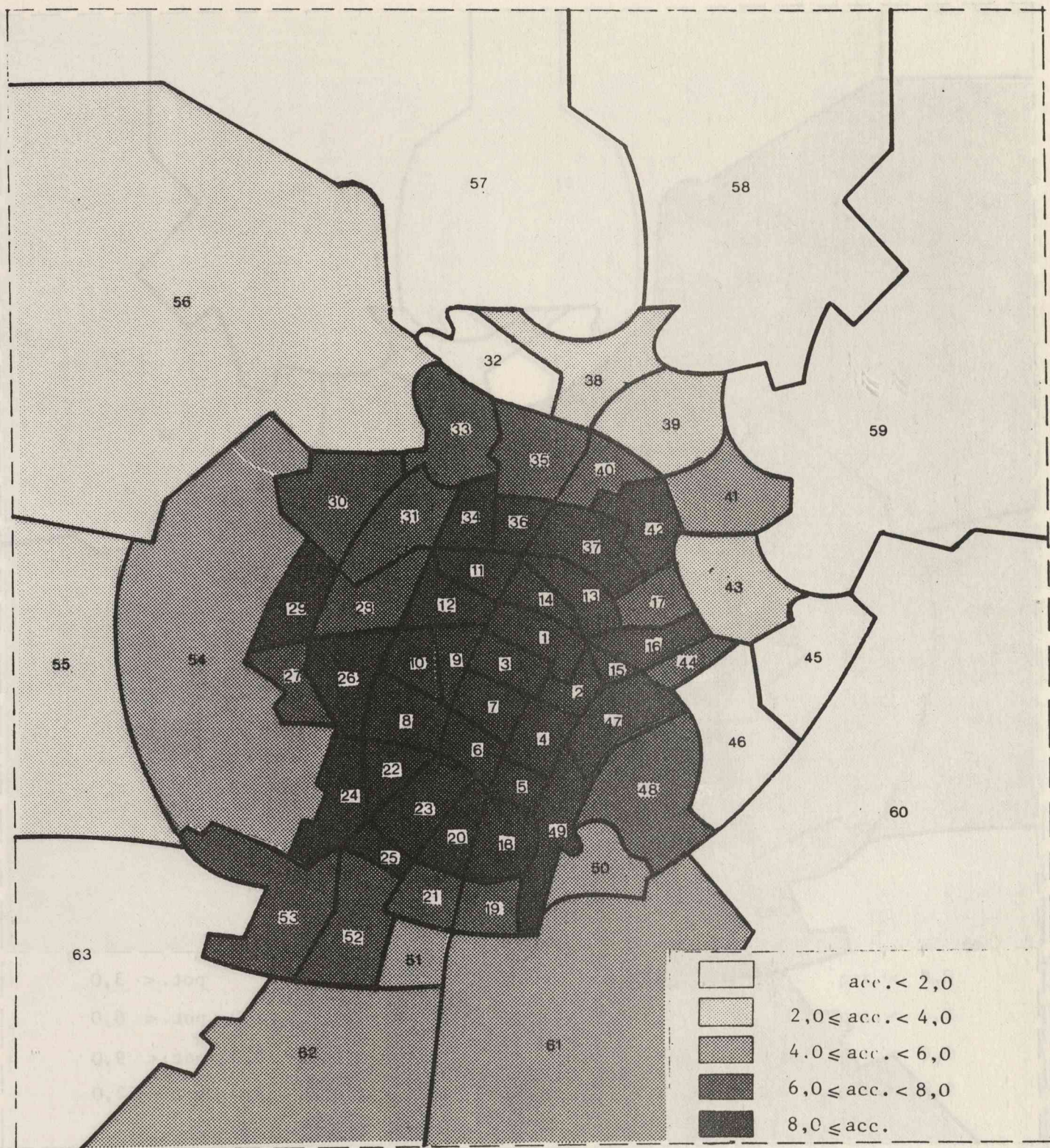


Figura 23 - Distribuzione delle accessibilit  alle scuole nella situazione ottimale



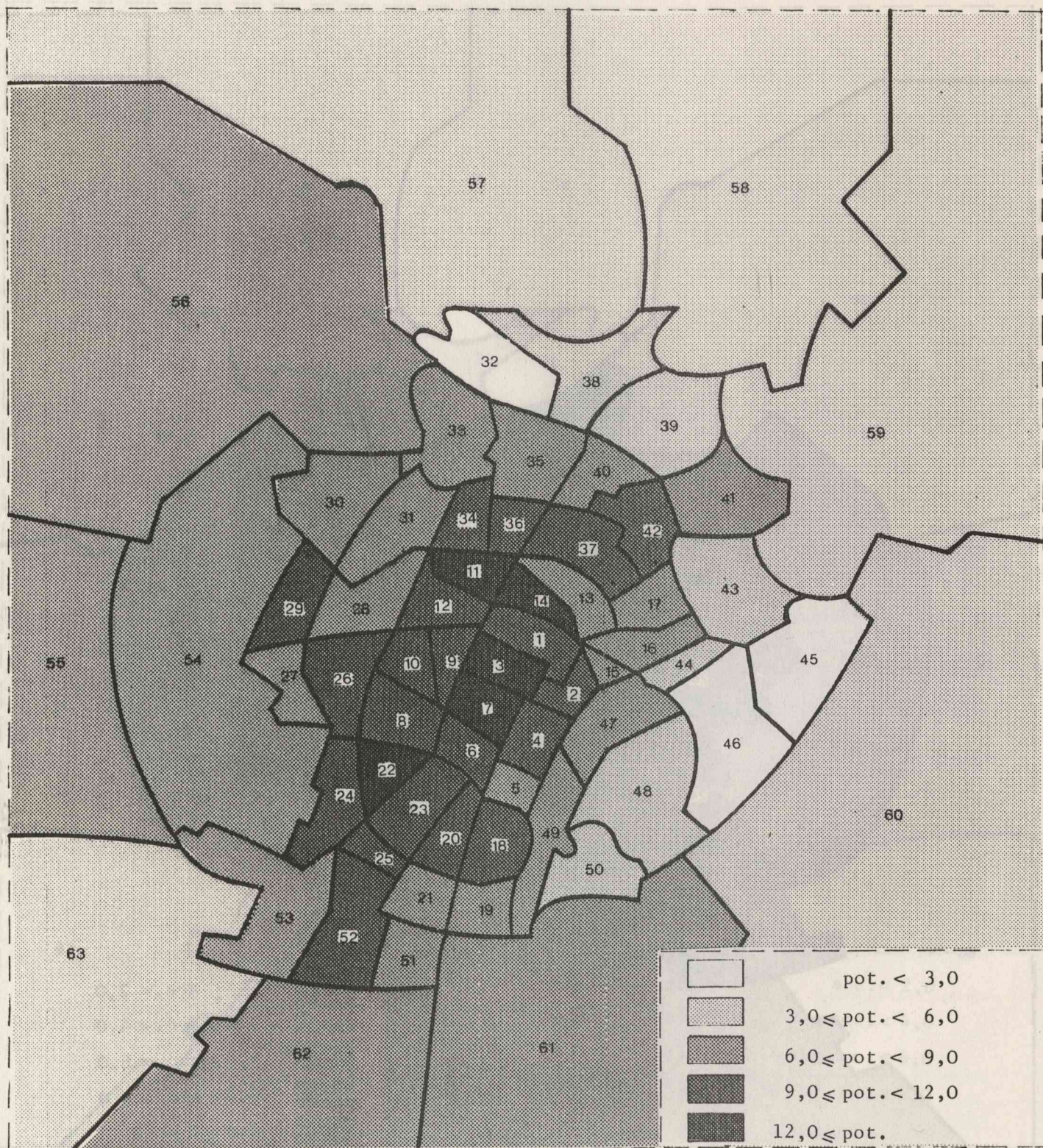


Figura 24 - Distribuzione del potenziale di domanda scolastica insoddisfatta nella situazione attuale



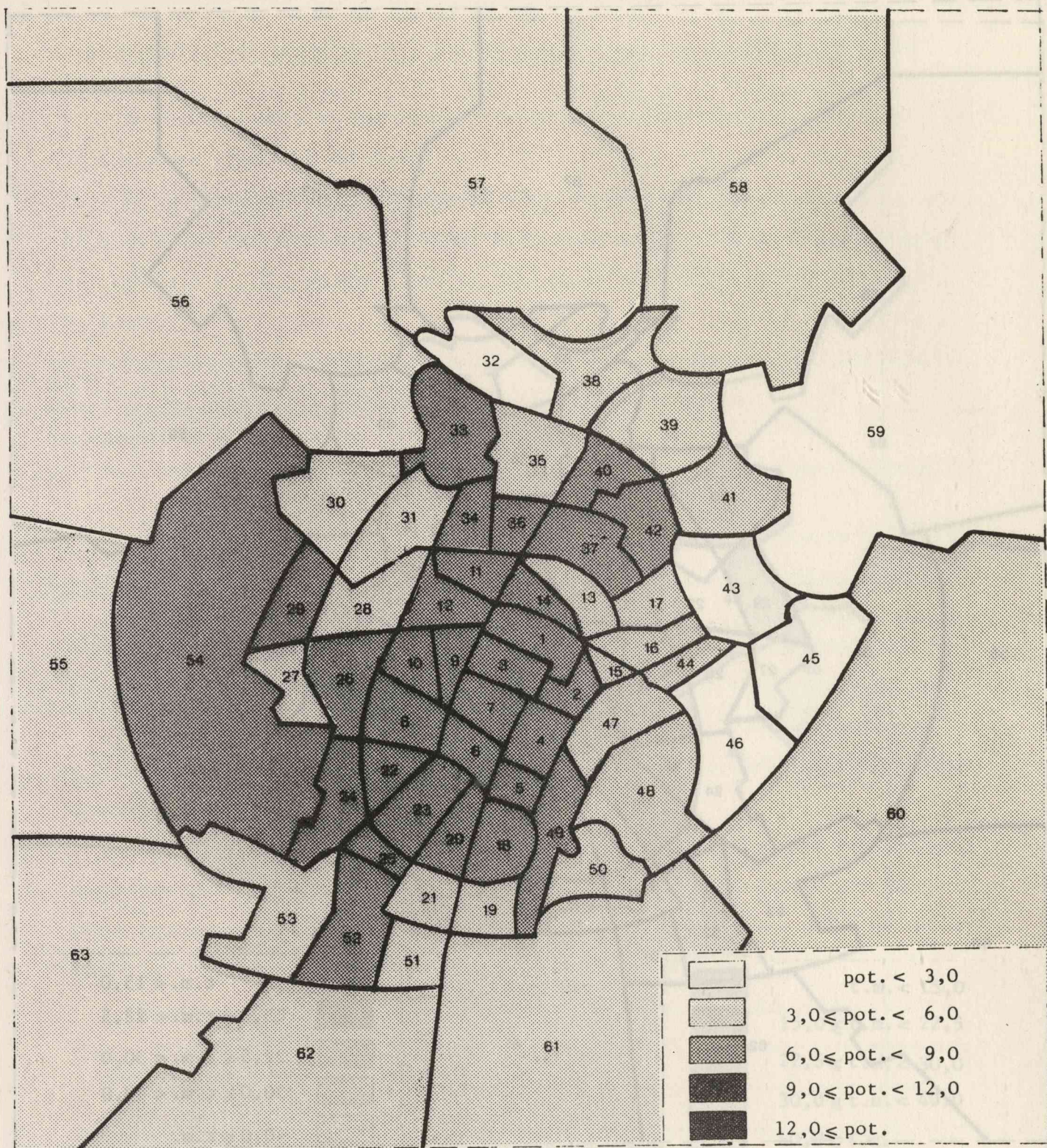


Figura 25 - Distribuzione del potenziale di domanda scolastica insoffisfatta nella situazione ottimale



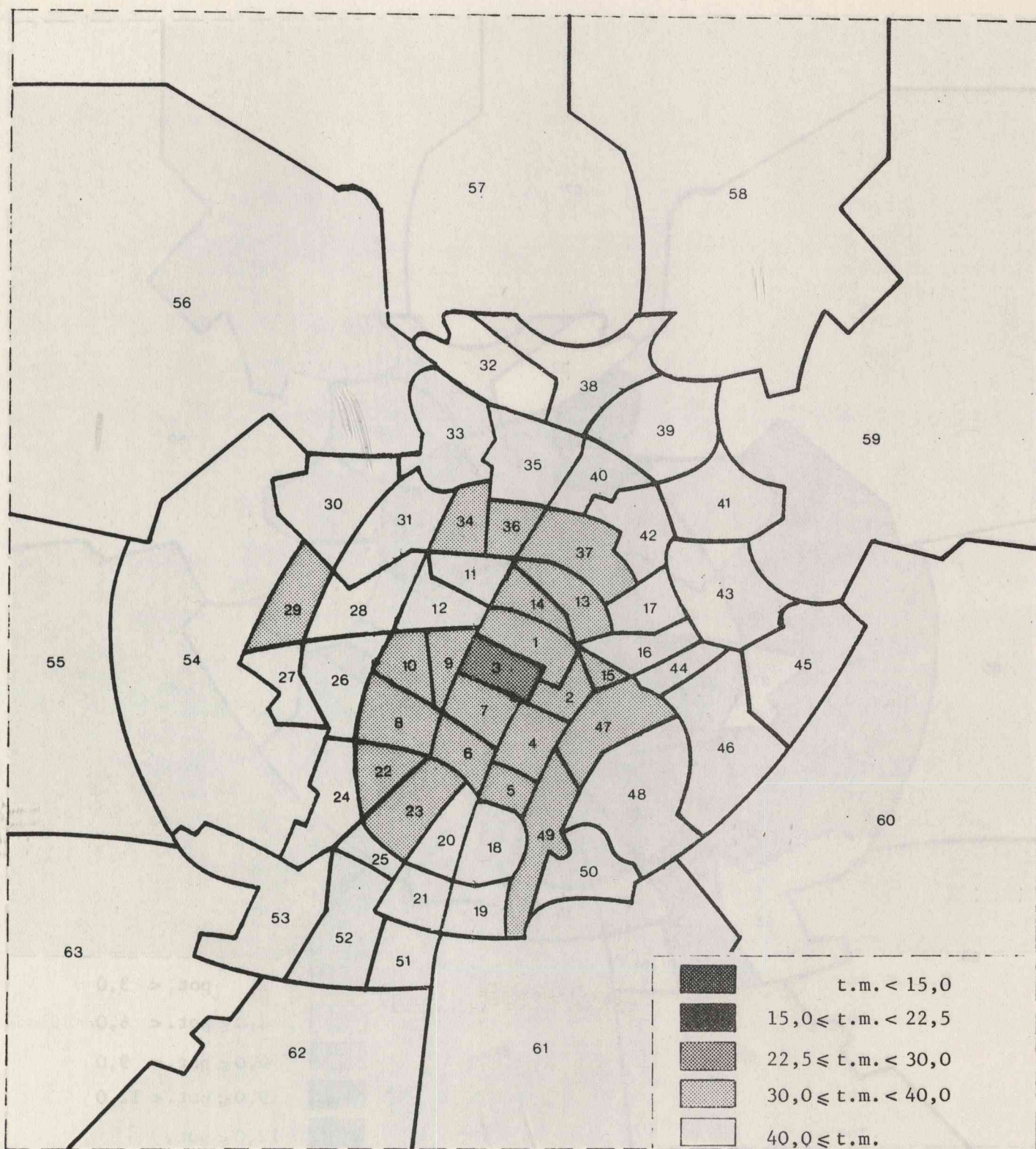


Figura 26 - Distribuzione del tempo medio di viaggio residenza-scuola nella situazione attuale



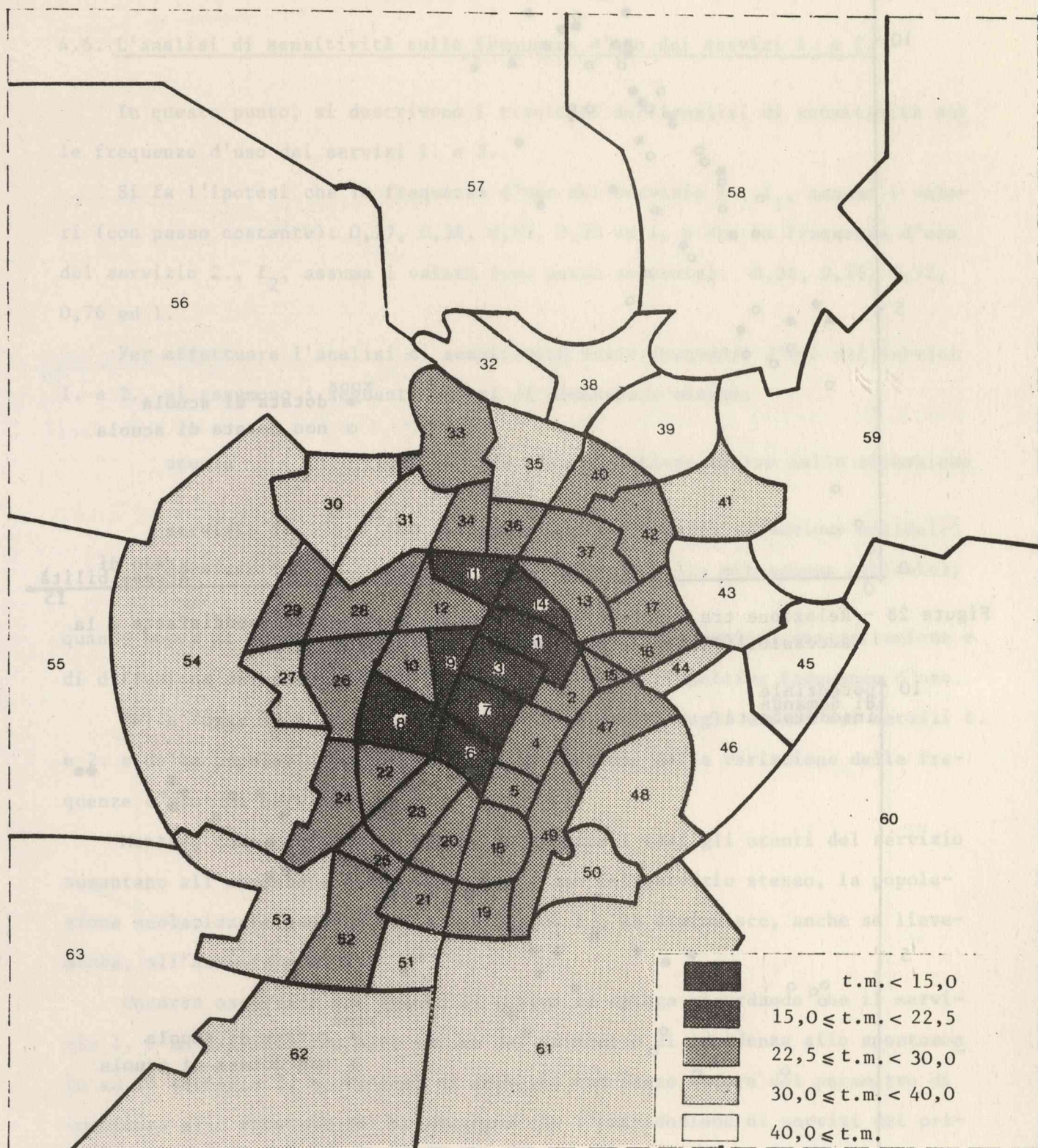


Figura 27 - Distribuzione del tempo medio di viaggio residenza-scuola nella situazione ottimale



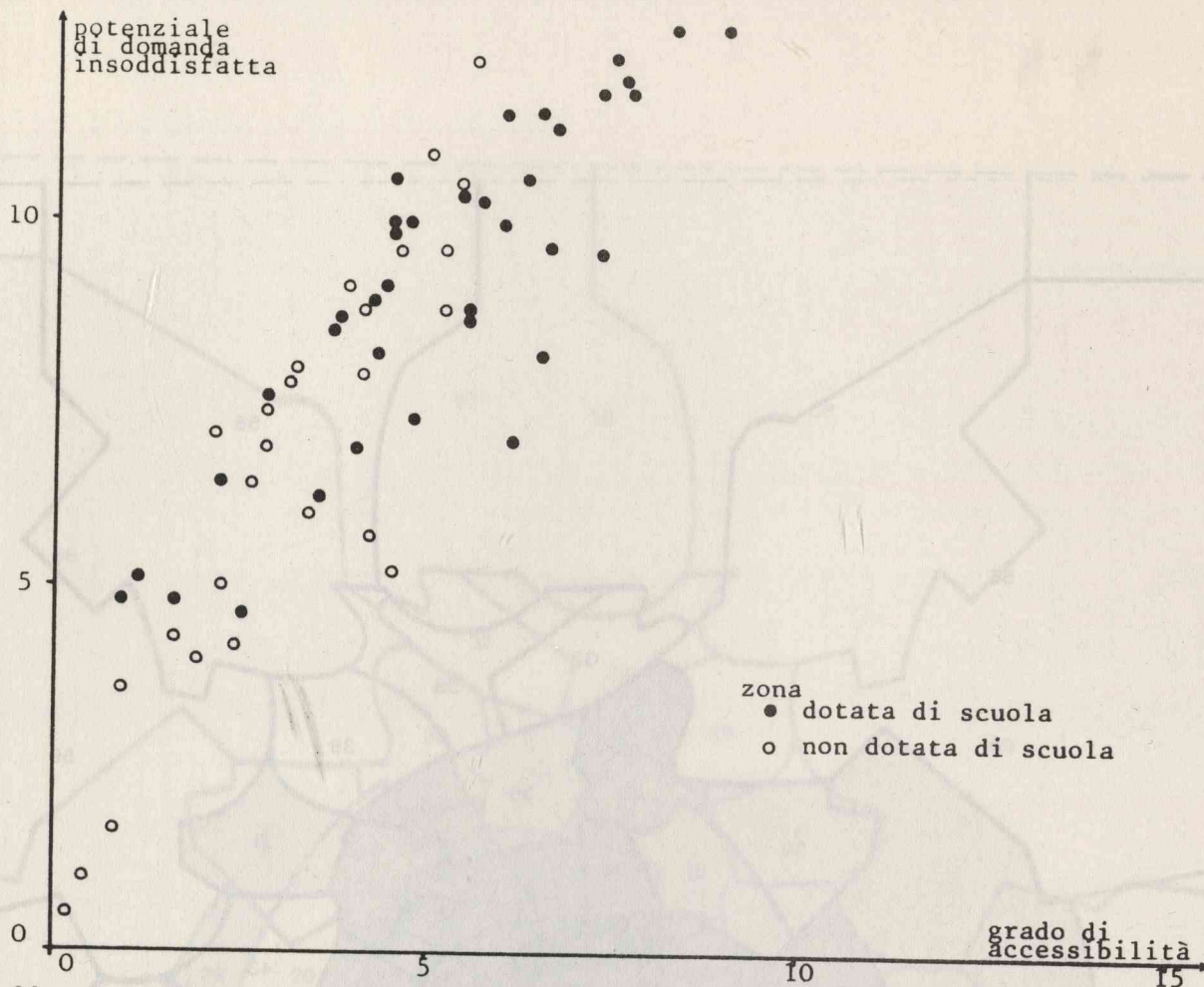


Figura 28 - Relazione tra i potenziali di domanda scolastica insoddisfatta e la accessibilità alle scuole nella situazione attuale

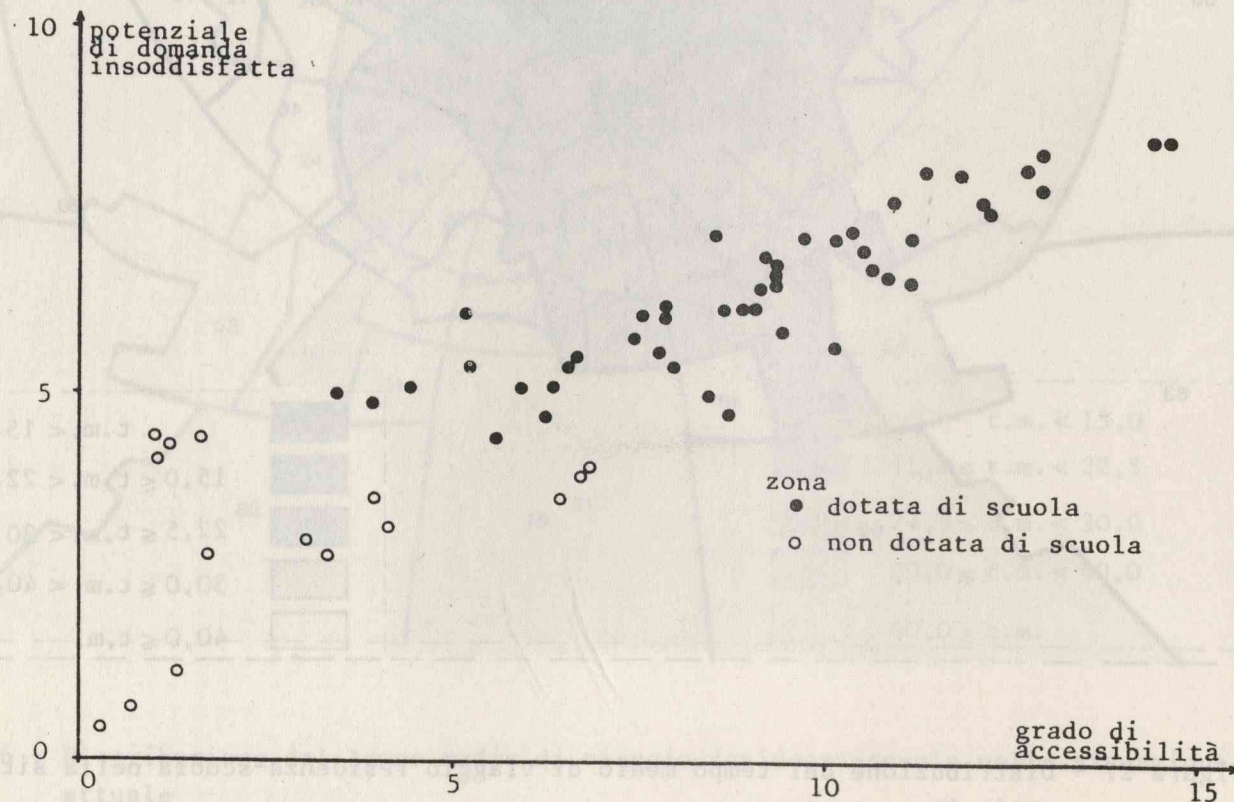


Figura 29 - Relazione tra i potenziali di domanda scolastica insoddisfatta e la accessibilità alle scuole nella situazione ottimale



#### 4.6. L'analisi di sensitività sulle frequenze d'uso dei servizi 1. e 2.

In questo punto, si descrivono i risultati dell'analisi di sensitività sulle frequenze d'uso dei servizi 1. e 2..

Si fa l'ipotesi che la frequenza d'uso del servizio 1.,  $f_1$ , assuma i valori (con passo costante): 0,17, 0,38, 0,59, 0,80 ed 1, e che la frequenza d'uso del servizio 2.,  $f_2$ , assuma i valori (con passo costante): 0,04, 0,28, 0,52, 0,76 ed 1.

Per effettuare l'analisi di sensitività sulle frequenze d'uso dei servizi 1. e 2., si assumono i seguenti valori di dimensione minima:

scuola	1000 (uguale alla dimensione minima nella situazione ottimale)
servizio 1.	500 (si era assunto 200 nella situazione ottimale)
servizio 2.	100 (si era assunto 40 nella situazione ottimale);

quanto sopra al fine di poter meglio evidenziare i fenomeni di concentrazione e di diffusione dei servizi 1. e 2. al variare delle rispettive frequenze d'uso.

Nelle figg. 30 e 31 viene descritto l'andamento degli utenti dei servizi 1. e 2. e della popolazione scolarizzata, in funzione della variazione delle frequenze d'uso dei servizi 1. e 2..

Mentre, come per altro è ovvio, in ambedue i casi gli utenti del servizio aumentano all'aumentare della frequenza d'uso del servizio stesso, la popolazione scolarizzata aumenta all'aumentare di  $f_2$ , ma diminuisce, anche se lievemente, all'aumentare di  $f_1$ .

Occorre osservare che quanto da ultimo si spiega ricordando che il servizio 1. è un servizio con alto valore del parametro di impedenza allo spostamento ed il servizio 2. è, invece, un servizio con basso valore del parametro di impedenza allo spostamento: ne consegue che l'introduzione di servizi del primo tipo può indurre un decremento della popolazione scolarizzata e, per contro, l'introduzione di servizi del secondo tipo può indurre un incremento della popolazione scolarizzata.

Il comportamento sopra riconosciuto è confermato dal numero di zone dotate di scuole. Infatti, all'aumentare di  $f_1$  (vedi fig. 32) il numero di zone do



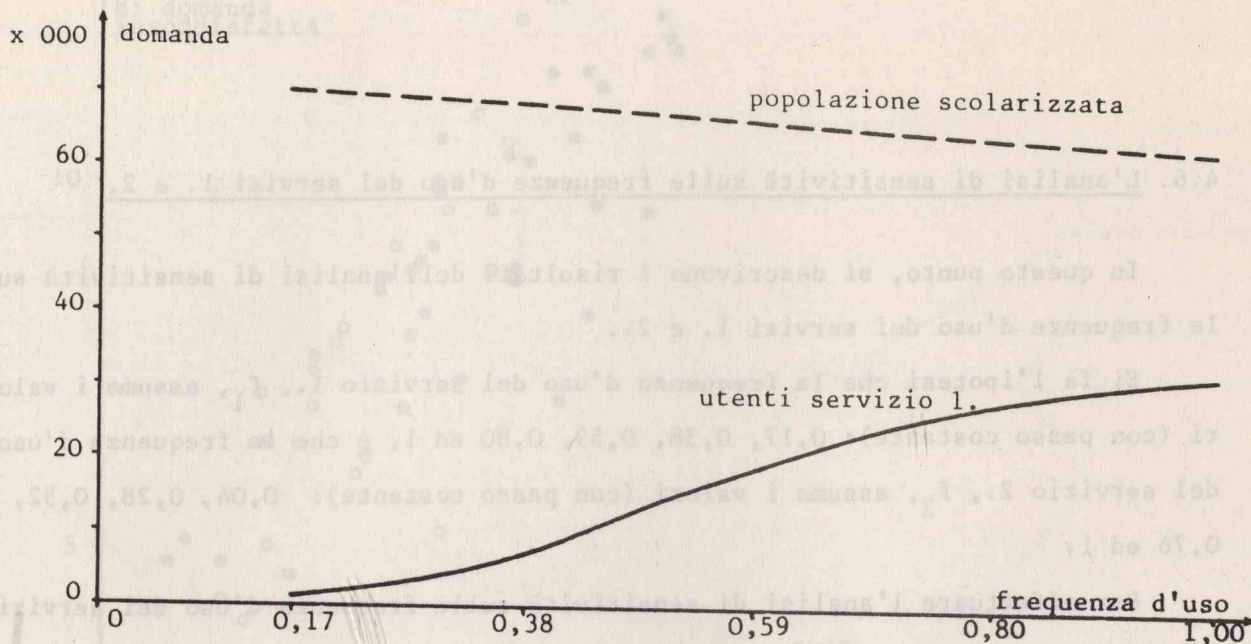


Figura 30 - Analisi di sensitività sulla frequenza d'uso del servizio 1.: utenti del servizio 1. e popolazione scolарizzata

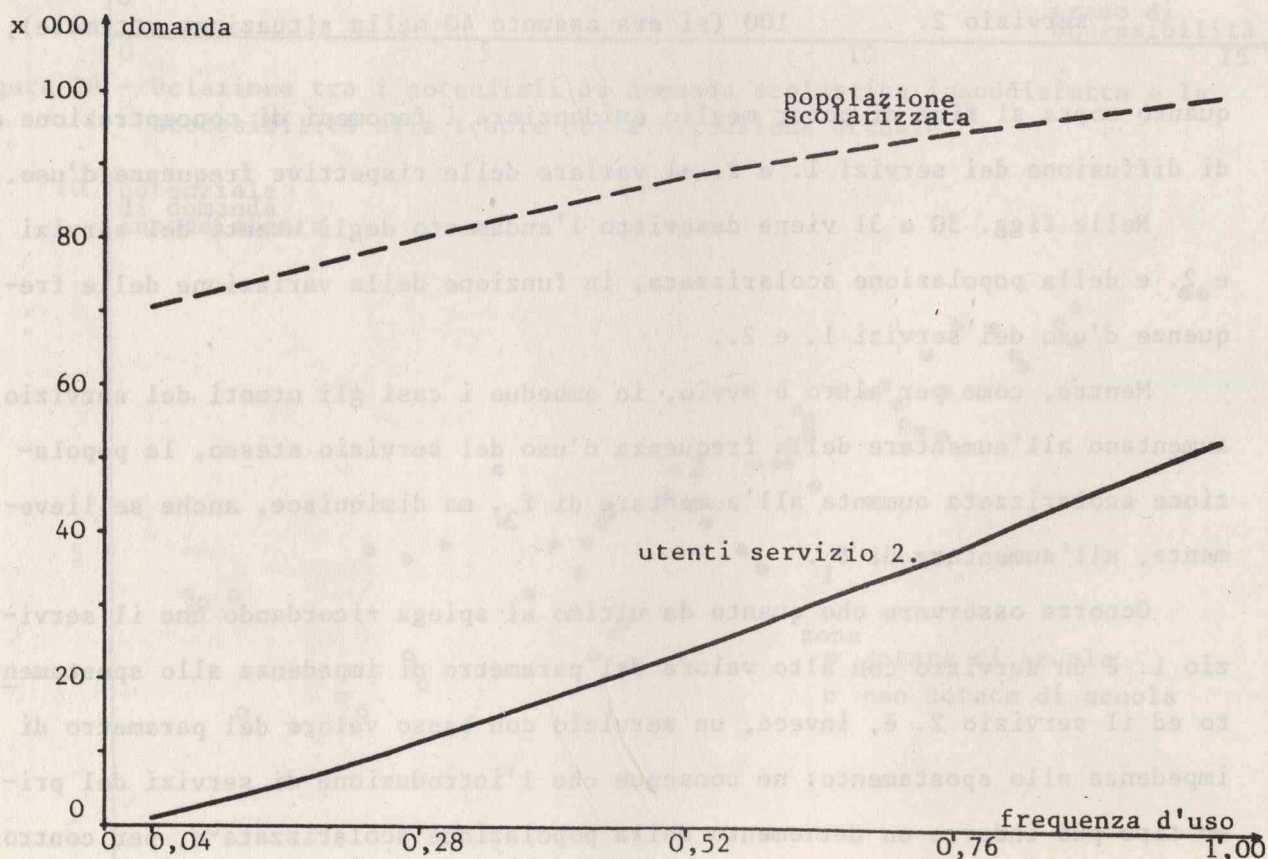


Figura 31 - Analisi di sensitività sulla frequenza d'uso del servizio 2.: utenti del servizio 2. e popolazione scolарizzata



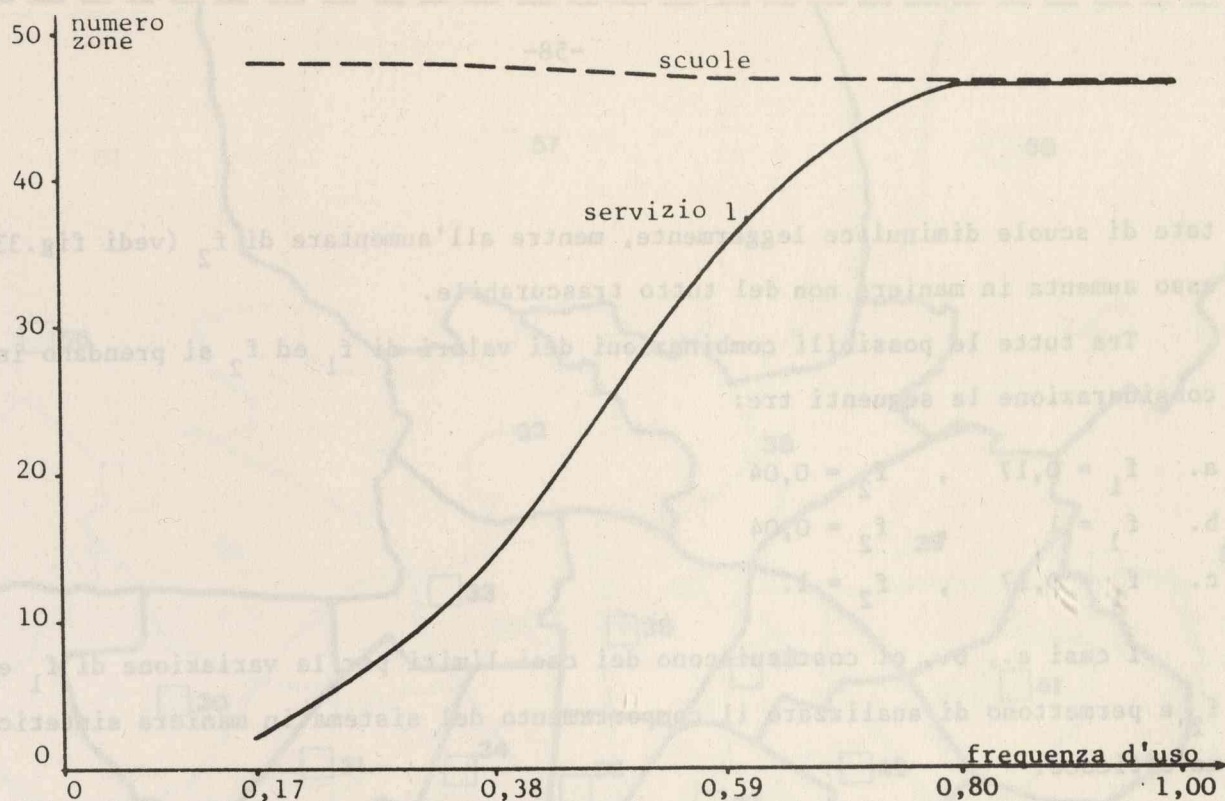


Figura 32 - Analisi di sensitività sulla frequenza d'uso del servizio 1.: numero di zone dotate di scuole e numero di zone dotate del servizio 1.

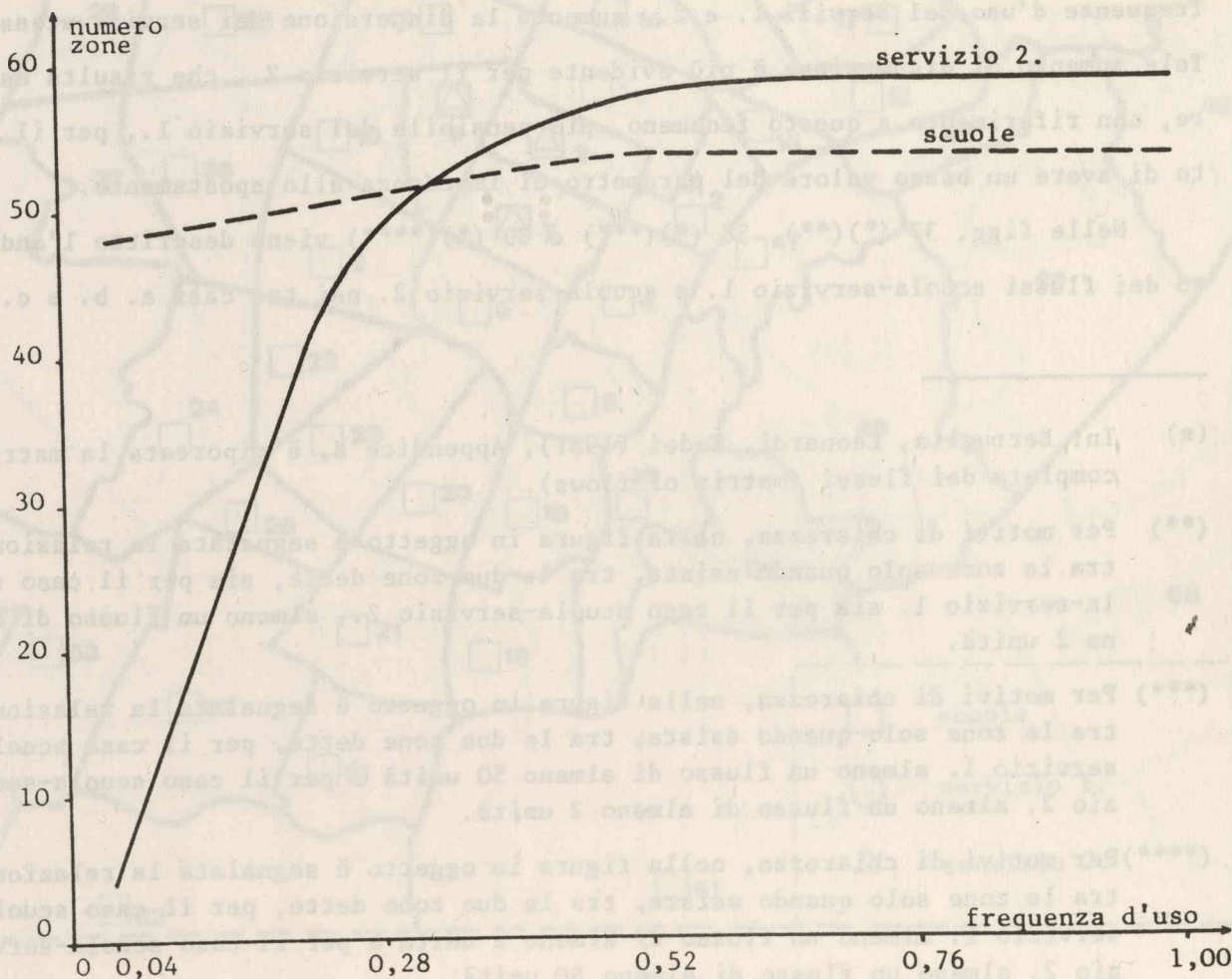


Figura 33 - Analisi di sensitività sulla frequenza d'uso del servizio 2.: numero di zone dotate di scuole e numero di zone dotate del servizio 2.



tate di scuole diminuisce leggermente, mentre all'aumentare di  $f_2$  (vedi fig.33) esso aumenta in maniera non del tutto trascurabile.

Tra tutte le possibili combinazioni dei valori di  $f_1$  ed  $f_2$  si prendano in considerazione le seguenti tre:

- a.  $f_1 = 0,17$  ,  $f_2 = 0,04$
- b.  $f_1 = 1$  ,  $f_2 = 0,04$
- c.  $f_1 = 0,17$  ,  $f_2 = 1$ .

I casi a., b., c. costituiscono dei casi limiti per la variazione di  $f_1$  ed  $f_2$  e permettono di analizzare il comportamento del sistema in maniera sintetica, ma efficace.

Nelle figg. 34, 35 e 36 viene descritta la distribuzione delle scuole e dei servizi 1. e 2. nei tre casi a., b. e c. sopra introdotti. All'aumentare delle frequenze d'uso dei servizi 1. e 2., aumenta la dispersione dei servizi stessi. Tale aumento di dispersione è più evidente per il servizio 2., che risulta essere, con riferimento a questo fenomeno, più sensibile del servizio 1., per il fatto di avere un basso valore del parametro di impedenza allo spostamento.

Nelle figg. 37 (\*) (\*\*), 38 (\*) (\*\*\*) e 39 (\*) (\*\*\*\*) viene descritto l'andamento dei flussi scuola-servizio 1. e scuola-servizio 2. nei tre casi a. b. e c. so-

- 
- (\*) In: Bertuglia, Leonardi, Tadei (1981), Appendice B, è riportata la matrice completa dei flussi (matrix of flows).
  - (\*\*) Per motivi di chiarezza, nella figura in oggetto è segnalata la relazione tra le zone solo quando esiste, tra le due zone dette, sia per il caso scuola-servizio 1. sia per il caso scuola-servizio 2., almeno un flusso di almeno 2 unità.
  - (\*\*\*) Per motivi di chiarezza, nella figura in oggetto è segnalata la relazione tra le zone solo quando esiste, tra le due zone dette, per il caso scuola-servizio 1. almeno un flusso di almeno 50 unità e per il caso scuola-servizio 2. almeno un flusso di almeno 2 unità.
  - (\*\*\*\*) Per motivi di chiarezza, nella figura in oggetto è segnalata la relazione tra le zone solo quando esiste, tra le due zone dette, per il caso scuola-servizio 1. almeno un flusso di almeno 2 unità e per il caso scuola-servizio 2. almeno un flusso di almeno 50 unità.



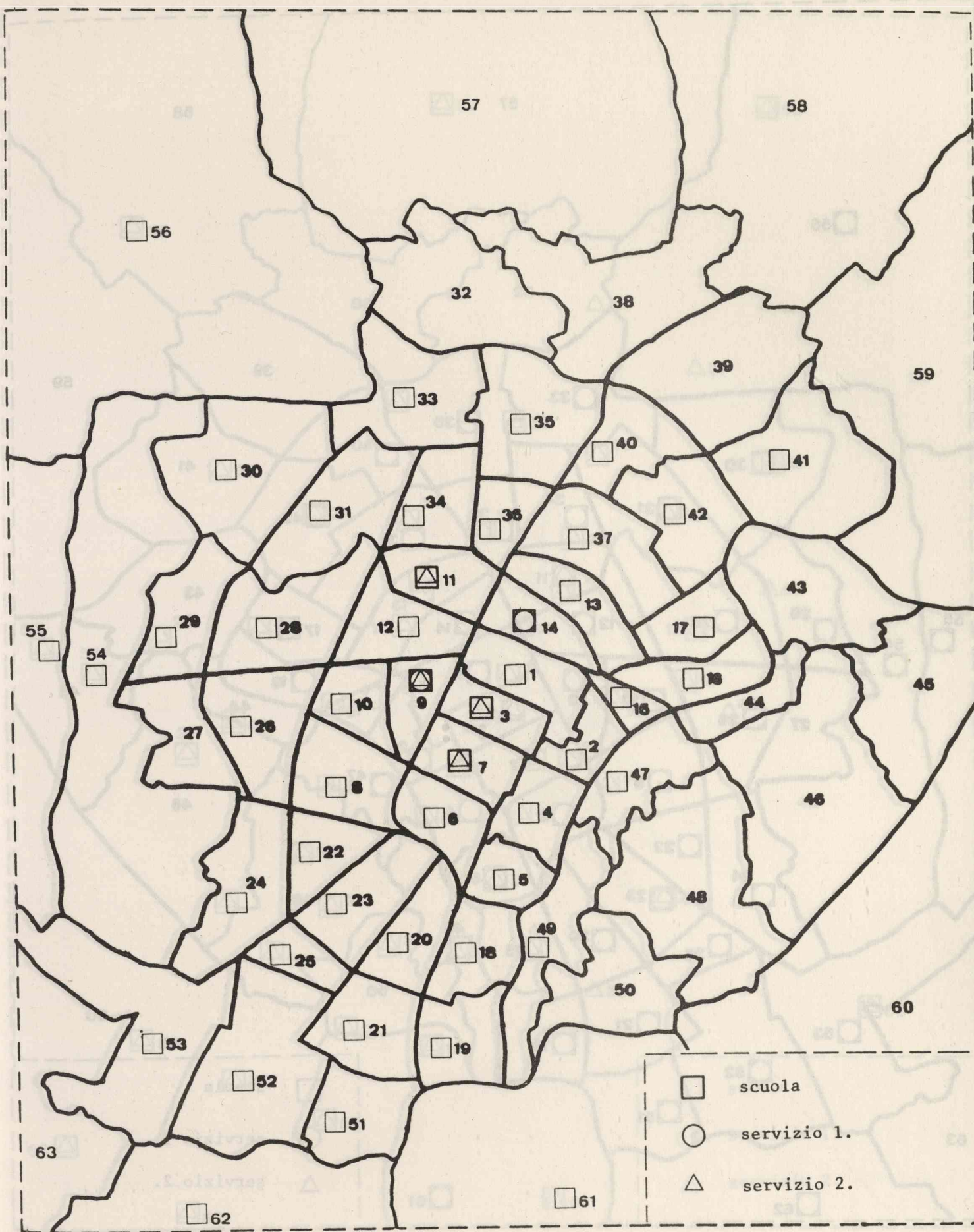


Figura 34 - Distribuzione delle scuole e dei servizi: caso a.



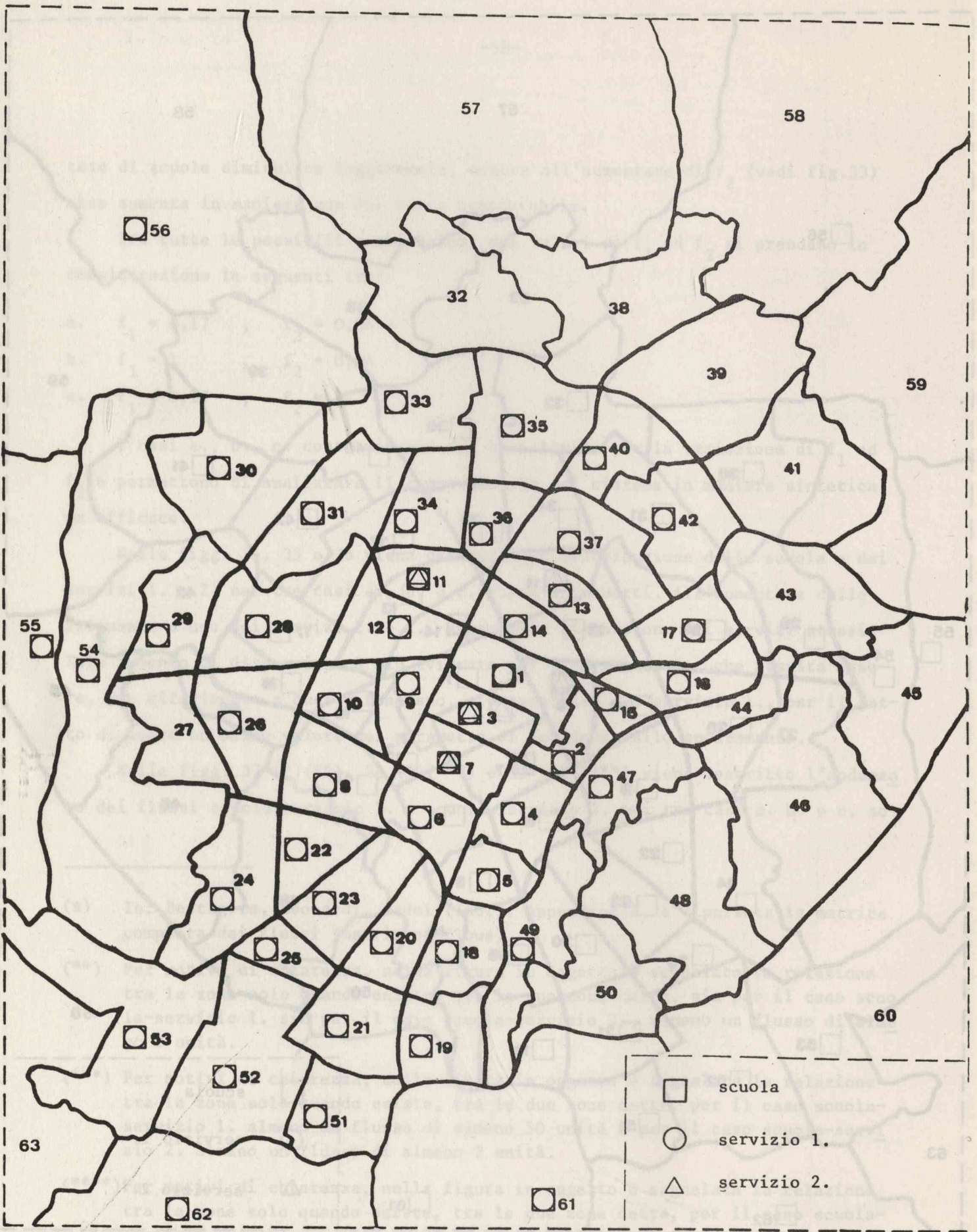


Figura 35 - Distribuzione delle scuole e dei servizi: caso b.



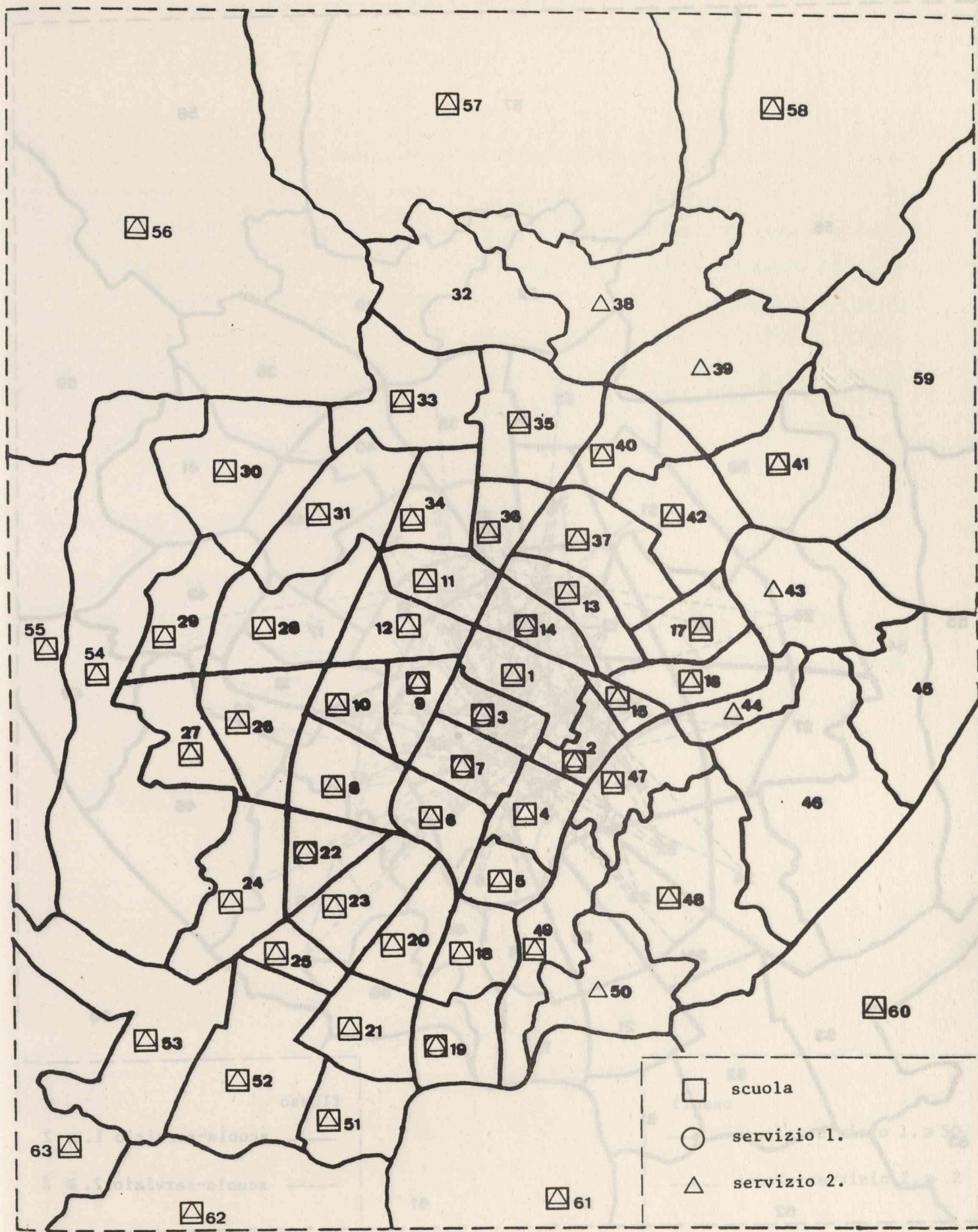


Figura 36 - Distribuzione delle scuole e dei servizi: caso c.



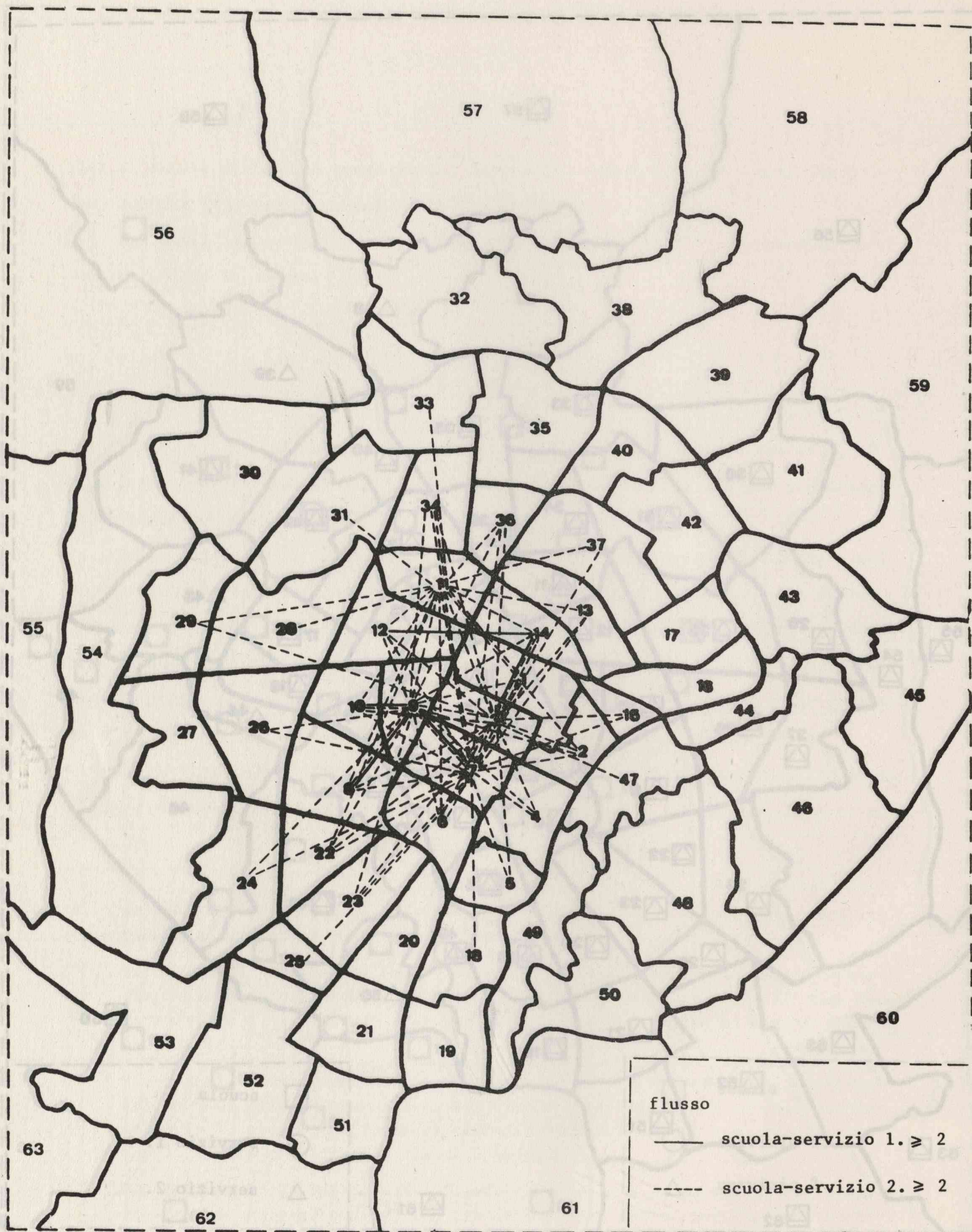


Figura 37 - Flussi scuola-servizio 1. e scuola-servizio 2. nel caso a.



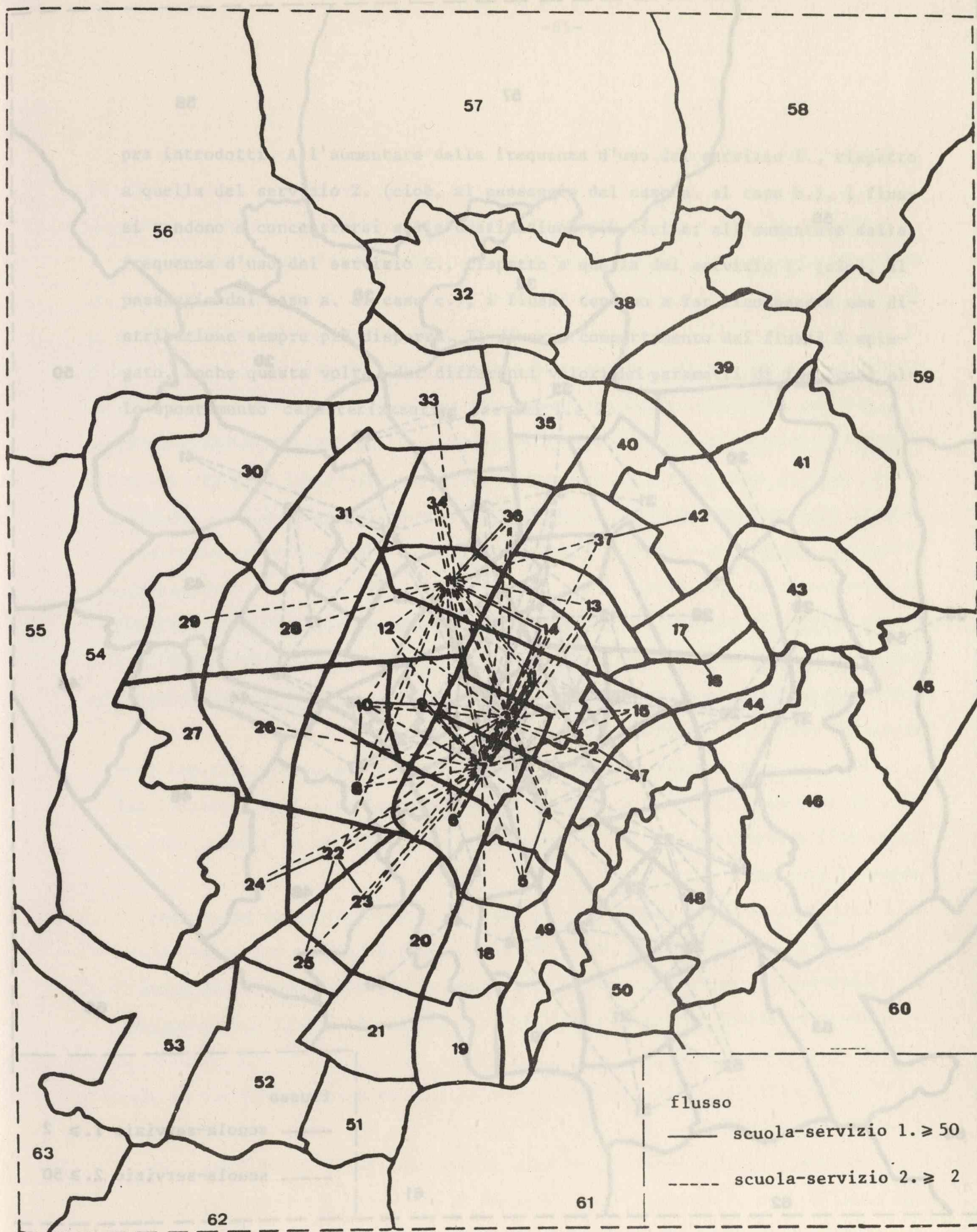


Figura 38 - Flussi scuola-servizio 1. e scuola-servizio 2. nel caso b.



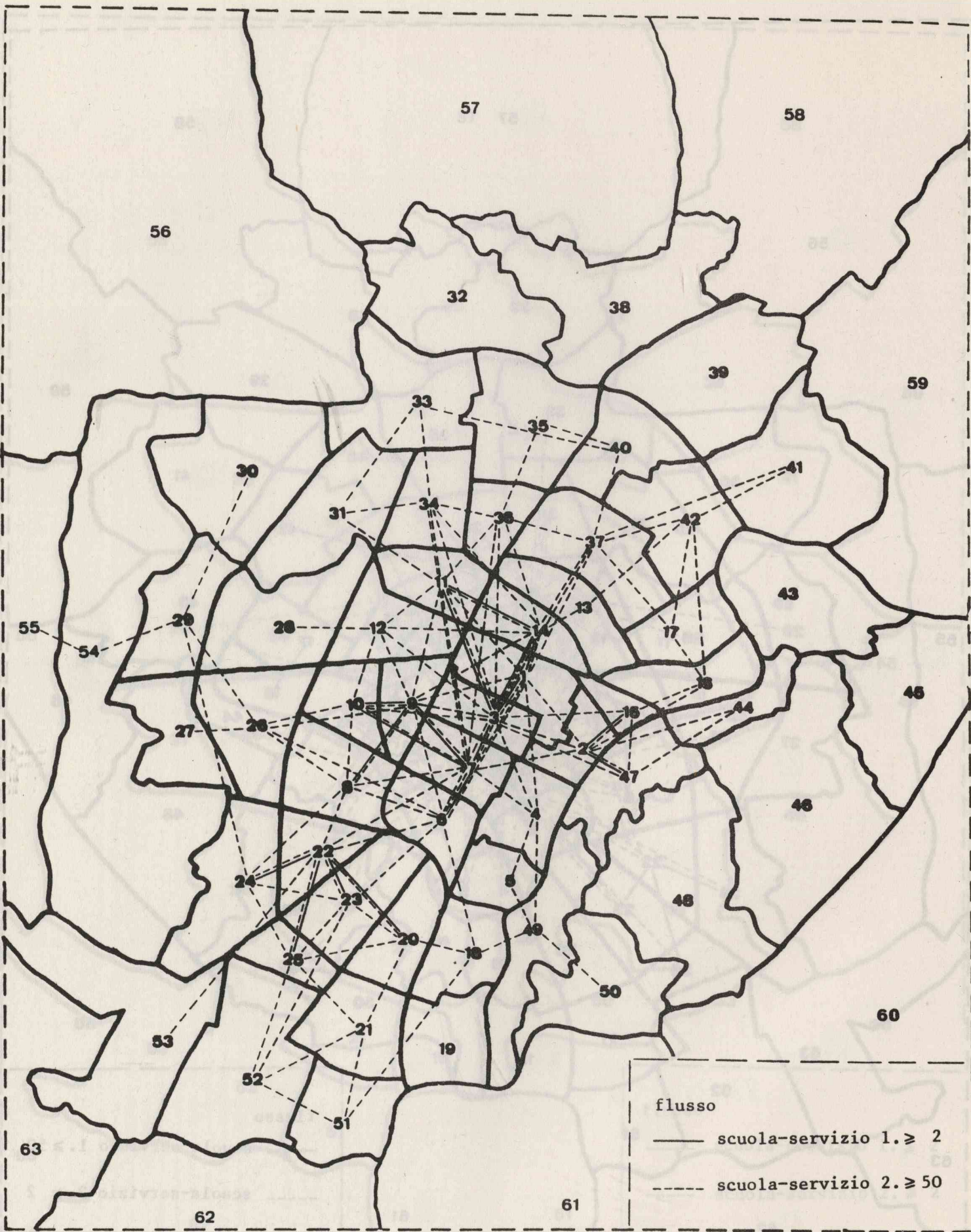


Figura 39 - Flussi scuola-servizio 1. e scuola-servizio 2. nel caso c.



pra introdotti. All'aumentare della frequenza d'uso del servizio 1., rispetto a quella del servizio 2. (cioè, al passaggio dal caso a. al caso b.), i flussi tendono a concentrarsi sulla destinazione più vicina; all'aumentare della frequenza d'uso del servizio 2., rispetto a quella del servizio 1. (cioè, al passaggio dal caso a. al caso c.), i flussi tendono a far riconoscere una distribuzione sempre più dispersa. Il diverso comportamento dei flussi è spiegato, anche questa volta, dai differenti valori dei parametri di impedenza allo spostamento caratterizzanti i servizi 1. e 2..



## 5. Conclusioni e sviluppi futuri

Abbiamo già detto, e qui ripetiamo, che questo studio ha carattere essenzialmente esplorativo: ciò con riferimento sia alla possibilità di tenere conto, nei problemi localizzativi, delle interrelazioni tra diversi tipi di servizi sia alla possibilità di indagare le conseguenze di mutamenti funzionali ed organizzativi dei servizi sull'assetto spaziale degli stessi.

Abbiamo già detto, e qui ripetiamo, che questo studio ha carattere essenzialmente esplorativo con particolare riferimento ai servizi secondari (le piscine, assunte come esempio di un servizio con alto valore del parametro di impedenza allo spostamento e con relativamente elevata frequenza d'uso; le biblioteche, assunte come esempio di un servizio con basso valore del parametro di impedenza allo spostamento e con relativamente bassa frequenza d'uso): per questo aspetto in particolare, il presente studio va considerato come una esplorazione qualitativa di diversi scenari ipotetici (alcuni realistici, altri aventi caratteristiche di casi limite), e certamente non come l'elaborazione di soluzioni quantitative definite per operare.

Ribadito quanto sopra, ci pare di dover rilevare che alcuni sviluppi teorici si impongano, al di là di quelli, di minore complessità, già indicati nel corso dell'esposizione. Fra gli altri, quelli che permettano di tenere conto dei seguenti problemi:

- a. l'introduzione delle scuole private (con la considerazione di meccanismi - per esempio, di competizione - tra le scuole pubbliche e quelle private);
- b. l'introduzione della possibilità di accesso ai servizi secondari da parte della popolazione non scolastica (con la considerazione dell'uso promiscuo dei servizi secondari);
- c. l'introduzione esplicita dei costi (con la considerazione esplicita di vincoli di budget).

Inoltre, e più in generale, si pone il problema della dinamicizzazione del modello: per il momento, siamo in grado di pervenire all'individuazione di una situazione ottimale, ma non siamo in grado di indicare quale sia il percorso ottimale per passare dalla situazione attuale a quella ottimale. Si tratta, come è ovvio, di un problema di grande importanza.



A questo punto, si deve concludere dicendo che questo studio, avente caratteri essenzialmente esplorativo, fa riconoscere alcune direzioni importanti, e necessarie, di sviluppo.

Questa conclusione non sarebbe però completa, se non aggiungessimo che questo studio, pur avendo il carattere ed i limiti evidenziati, è tuttavia già tale da permettere di individuare il segno di possibili linee di intervento ed il modello predisposto è già tale da prestarsi a prime sperimentazioni aventi carattere operativo. Ciò richiede, fra l'altro, che si tenga conto del fatto che, se si va verso la non distinzione secondo tipi di istituto (ipotesi nella quale già qui ci si è collocati), in realtà ciò sarà il risultato di un processo di transizione da una situazione in cui la distinzione esiste. Ciò richiede, inoltre, che l'operatore pubblico definisca i servizi secondari che intenda siano considerati.

Infine, anche se la sperimentazione è stata condotta con riferimento al settore dell'istruzione, si rileva che il modello si presta per sperimentazioni su molti altri settori di servizi pubblici, non ultimo quello della sanità.



## Bibliografia

- Beaumont J.R. (1979) Some issues in the applications of mathematical programming, W.P. 256, School of Geography, University of Leeds, Leeds, UK.
- Bellman R. (1957) Dynamic programming, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, USA.
- Ben-Akiva M., Lerman S.R. (1978) Disaggregated travel and mobility-choice models and measures of accessibility, in A. Karlqvist, L. Lundqvist, F. Snickars and J.W. Weibull (eds) Spatial interaction theory and planning models, North Holland Publishing Company, Amsterdam, Holland, 654-679.
- Bertuglia C.S., Leonardi G., Tadei R. (1981) Localizzazione ottimale dei servizi pubblici, con esperimenti sulle scuole dell'area torinese, Atti delle giornate di lavoro AIRO 1981, 67-250.
- Coelho J.D. (1980) Optimização interação espacial e teoria do comportamento, Nota n.5, Centro de Estatística e Aplicações, Dept. Matemática Aplicada, Faculdade de Ciências de Lisboa, Lisboa, Portugal.
- Coelho J.D., Williams H.C.W.L. (1978) On the design of land use plans through locational surplus maximization, Papers of the Regional Science Association, 40, 71-85.
- Coelho J.D., Wilson A.G. (1976) The optimum location and size of shopping centers, Regional Studies, 10, 413-421.
- De Palma A., Ben-Akiva M. (1981) An interactive dynamic model of residential location choice, Paper presented at the International Conference on Structural Economic Analysis and Planning in Time and Space, June 21-26, Umeå, Sweden.
- Erlenkotter D., Leonardi G. (1981) Facility location with spatially-interactive travel behavior, Paper presented at the CORS-TIMS-ORSA Joint National Meeting, May 3-6, Toronto, Canada.



- Ermoliev Y.M., Leonardi G. (1980) Some proposals for stochastic facility location models, W.P. 80-176, IIASA, Laxenburg, Austria.
- Ermoliev Y.M., Leonardi G., Vira J. (1981) The stochastic quasi-gradient method applied to a facility location problem, W.P. 81-14, IIASA, Laxenburg, Austria.
- Evans S.P. (1973) A relationship between the gravity model for trip distribution and transportation problems in linear programming, Transportation Research, 7, 39-61.
- Gumbel E.J. (1958) Statistics of extremes, Columbia University Press, New York, USA.
- Hansen W.G. (1959) How accessibility shapes land use, Journal of the American Institute of Planners, 25, 73-76.
- Harris B. (1964) A model of locational equilibrium for retail trade, Penn-Jersey Transportation Study, Philadelphia, Pennsylvania (mimeo).
- Hotelling H. (1938) The general welfare in relation to problems of taxation and of railway and utility rates, Econometrica, 6, 242-269.
- Huff D.L. (1966) A programmed solution for approximating an optimum retail location, Land Economics, 42, 293-303.
- Lakshmanan T.R., Hansen W.G. (1965) A retail market potential model, Journal of the American Institute of Planners, 31, 134-143.
- Leonardi G. (1973) Localizzazione ottimale dei servizi urbani, Ricerca Operativa, 12, 15-43.
- Leonardi G. (1975) Un nuovo algoritmo per il problema della localizzazione ottimale dei servizi urbani, Atti delle giornate di lavoro AIRO 1975, 121-132.
- Leonardi G. (1978) Optimum facility location by accessibility maximizing, Environment and Planning A, 10, 1287-1305.
- Leonardi G. (1980a) On the formal equivalence of some simple facility location models, W.P. 80-21, Laxenburg, Austria.



- Leonardi G. (1980b) A unifying framework for public facility location problems, W.P. 80-79, IIASA, Laxenburg, Austria.
- Leonardi G. (1980c) A multiactivity location model with accessibility - and congestion - sensitive demand, W.P. 80-124, IIASA, Laxenburg, Austria.
- Leonardi G. (1981) The use of random - utility theory in building location - allocation models, W.P. 81-28, IIASA, Laxenburg, Austria.
- Leonardi G., Bertuglia C.S. (1981) Optimal high school location: first results for Turin, Italy, W.P. 81-05, IIASA, Laxenburg, Austria.
- Leonardi G., Tadei R. (1981) Nested random utility models for multi-service systems, Paper presented at the International Conference on Structural Economic Analysis and Planning in Time and Space, June 21-26, Umeå, Sweden.
- McFadden D. (1978) Modelling the choice of residential location, in A.Karlqvist, L. Lundqvist, F. Snickars and J.W. Weibull (eds) Spatial interaction theory and planning models, North Holland Publishing Company, Amsterdam, Holland, 75-96.
- Neuburger H.L.I (1971) User benefit in the evaluation of transport and land use plans, Journal of Transport Economics and Policy, 5, 52-75.
- Williams H.C.W.L. (1977) On the formation of travel demand models and economic evaluation measures of user benefit, Environment and Planning A, 9, 285-344.
- Wilson A.G. (1970) Entropy in urban and regional modelling, Pion, London, UK.
- Wilson A.G. (1974) Urban and regional models in geography and planning, John Wiley, Chichester, UK.







**ires**

ISTITUTO RICERCHE ECONOMICO - SOCIALI DEL PIEMONTE  
VIA BOGINO 21 10123 TORINO